

文章编号:2095-0365(2016)04-0046-05

中国古代数学家李冶数学文化及教育思想研究

张志国¹, 张媛媛², 安宏伟¹, 张凤轩¹

(1. 石家庄铁道大学 四方学院, 河北 石家庄 050228;

2. 石家庄学院 化工学院, 河北 石家庄 050035)

摘 要:李冶是中国数学史上宋元四大名家之一,他不仅是一位杰出的数学家,而且也是一名著名的教育家。他先进的数学文化及教育思想对现代高校数学教育仍然具有很强的指导和借鉴意义。本文主要从李冶辉煌的数学成就、先进的数学文化观和认识论、先进的数学教育理念以及卓越的实践教育活动等对李冶数学文化及教育思想进行系统研讨,旨在从中得到新的教益和启发。

关键词:李冶;天元术;半符号代数;数学文化思想

中图分类号:G521 **文献标志码:**A **DOI:**10.13319/j.cnki.sjztdxxbskb.2016.04.08

李冶(公元1192—1279年),字仁卿,号敬斋,金代真定栾城人,曾任钧州(今河南禹县)知事,1232年钧州被蒙古军攻破,遂隐居山林,开始了漫长而艰苦的流亡生涯,从此也进入了长达40余年的研究授业生涯。李冶兴趣极其广泛,在数学、文学、史哲和医学领域均有建树,尤其在数学方面取得了开创性的研究成果,所编著的《测圆海镜》和《益古演段》两部巨著是中国古代方程代数学的奠基大作,与秦九韶、杨辉和朱世杰一起被誉为“宋元数学四大家”^[1]。李冶在取得辉煌数学成就的同时,也积累形成了丰富的数学教育思想,时至今日,仍有研究和指导意义。

一、李冶辉煌的数学研究成就

(一)《测圆海镜》的体系及内容评述

天元术是一种用数学符号列方程的方法,我国古代很早就有了列方程的思想,早在汉代的《九章算术》中就出现了相当于现代的二次方程,到唐代王孝通已能列出三次方程,但是这些方程都是采用文字表述形式,还没有明确提出未知数的概

念。后经北宋贾宪、刘益等人的探索,已可以进行高次方程正根的求解。随着所解决数学问题的日益复杂,迫切需要一种普遍的建立方程的方法,在北宋时期天元术便应运而生,其中洞渊、石信道等都是天元术的先驱,此外在当时北方也出了不少有关天元术的算书。但还都存在有记号混乱、内容复杂,演算烦琐,初学者不易掌握等问题,为了普及和推广天元术,李冶在山西桐川时就对前人的天元术著作及应用进行了系统研究,将天元术改进成一种既简便又实用的演算方法。后来他又受洞渊算书的启发,把勾股容圆(即切圆)问题作为一个系统进行研究,讨论了在各种条件下用天元术求圆径的问题,最终写成《测圆海镜》^[2],这是他对中国古代数学的杰出贡献。

1. 建立了我国数学史上第一个演绎体系

《测圆海镜》一书共分十二卷,卷一主要包括:“圆城图式”、“今问正数”、“总率名号”、“识别杂记”等,相当于解题所需的定义、定理、公式^[3-4]。卷二至卷十二问题的解法均可依据卷一以天元术为工具推导出来。在此之前的算书一般采取问题

收稿日期:2016-07-25

作者简介:张志国(1972—),男,教授,研究方向:结构工程。

本文信息:张志国,张媛媛,安宏伟,等.中国古代数学家李冶数学文化及教育思想研究[J].石家庄铁道大学学报:社会科学版,2016,10(4):46-50.

集的形式,各章(卷)内容基本平列。李冶首次以演绎体系著书,这是中国数学史上的一大进步。

2. 建立了我国数学史上第一个构造性体系

《测圆海镜》中的“圆城图式”,均是采用数学图式的方法构造出来的,它是以一个勾股形及其内切圆为基础,通过一系列的垂直和平行线段,构造出了16个勾股形,这些垂直和平行线段都可以用尺规做出。书中例题都是已知某些勾股形的边长,求圆的直径。书中的选题都是构造性的,所有问题的解答步骤都形成了较为完整的结构体系。

清代李善兰等众多数学家继承和发展了这一结构体系^[5],可见这种构造性体系具有很强的生命力和较高的应用价值。

3. 实现了代数方程的开创性突破

在我国宋代以前,方程理论一直受到传统的几何思维的束缚,对三次以上方程问题鲜有学者触及。天元术的出现及发展,为我国古代数学方程理论独立于几何创造了条件,在《测圆海镜》一书中,李冶明确提出了引入未知数列方程和解方程的一般程序,该书代表了他对天元术的进一步完善和创新,也标志着完成了方程理论摆脱几何束缚的重大思想突破。李冶用天元术已能列出最高达6次的代数方程,他突破了“实常为正”的传统观念,方程各项的符号均无限制,还给出了分式方程,以及通过方程两边同乘一个整式的方法,化分式方程为整式方程的基本方法。他巧妙地应用方程解决几何问题,真正做到了数形结合。

4. 创立了半符号代数

在《测圆海镜》算式中,李冶使用了由○到九的完整数码,发明了负号和简明的小数记法。其中一到九是延用古代筹式码的记数方法,○码则首次被采用,用于表示数中的空位,或算式中系数为零的项,这样使方程表述更加完整简洁,形成了完整的十进制计数体系。李冶发明了先进的小数记法,他一改前人用分、厘、毫、丝表述数位的表述方法,开创性地使用数码表示小数。纯小数则于个位处画个圆圈,带小数则于个位数下写单位^[3]。如0.25记作(○=||||)等。

李冶还发明并使用了数学符号负号,其含义与现在所使用的负号意义有所不同,他的记法是在最后一位有效数字上划一条斜线,如-175记作(┐┐┐),-360记作(┐┐┐┐○)。这种记法在当时也是最简单的。

之前虽也有人能列出低次方程,但都采用语

言文字描述,表达繁琐且难懂,使用起来非常不便。李冶改变了用文字描述方程的传统做法,发明并使用了一套完整的数字符号及性质符号,使方程能够用符号完整地表示出来。他创立了“半符号代数”(缺少四则运算符号),可以视为近代符号代数的前身^[6]。而在他去世大约300年后,类似的半符号代数才在欧洲产生。

(二)《益古演段》内容及意义

李冶在《益古演段》序中说:“今之算者,未必有刘(徽)李(淳风)之工,而编心踞见,不肯晓然示人唯务隐互错揉故为溪泽黯哭,唯恐学者得窥其仿佛也。”《益古演段》就是在他这种思想指导下而编著的。《测圆海镜》是以天元术为基础的一本代数专著,其内容较深,初学者不易读懂,这就给天元术的推广与应用带来严重影响。李冶深知天元术的重要性,1259年他在封龙书院收徒讲学的同时,还编著了用于诠释天元术理论的入门教材《益古演段》^[2]。这是李冶的另一部重要的数学著作,也是他对中国古代数学的又一重大贡献。

1. 《益古演段》是一部诠释与推广天元术的专著

李冶曾读过北宋蒋周的《益古集》,书中的问题大都是已知平面直角的面积,求解圆的直径、方边和周长,李冶利用天元术对《益古集》进行了系统研究,写成《益古演段》三卷(分为卷上、卷中和卷下),全书共给出64题,除4题为一次方程外,其余各题均为二次方程,处理的主要是有关平面图形的面积计算问题。该书图文并茂,深入浅出,用人们易懂的几何方法对难懂的天元术理论进行诠释,它是一部适于推广与应用天元术的专著。

2. 《益古演段》是对天元术理论的进一步完善

《益古演段》在理论上也有所创新,主要表现在化多元为一元问题以及设辅助未知数的方法。书中的问题与《测圆海镜》不同,所求的量有时不止1个,而是2个、3个甚至4个。依据古代方程理论:“二物者再程,三物者三程,皆如物数程之。”通常都是利用方程术求解,所含方程的个数应于所求量的个数相一致。但是,由于求解二次方程要比解一次方程要复杂的多,李冶为了提高天元术的一般化程度,以便解决各种多元问题,他利用出入相补原理(即:一个平面图形移到另一处,面积不变,如果把该图形切割成若干块,那么各部分面积的总和等于原来图形的面积,因而图形移置前后各面积间的和、差具有相等关系)及等量关系

来消减未知数的个数,化多元为一元,最后只剩“天元一”,即未知数。只要求出天元一,其它所要求的量根据其与天元一的关系,就可以很容易地求得。李冶采取的这种连枝同体术,有效克服了解联立方程比较繁琐的问题,这是对天元术理论的进一步完善。

3.《益古演段》是一部新旧方法对比的经典之作

在《益古演段》中,李冶选用《益古集》中的问题,全部采用新旧对比的方法进行作答,既给出了新的代数方法,即天元术求解的方法;同时又列举了蒋周的几何方法,即条段法。条段法较为直观,但复杂多变,使用该方法需要掌握很多技巧,不易初学者学习和掌握;而天元术在列方程和解方程时则更为简便,是一种程序化的方法,便于学习和掌握。正如李冶所言:“遂再为移补条段,细翻图式,使粗知十百者,便得入室啖其文,顾不快哉。”通过对比,他揭示了两种求解方法的内在联系与区别,并借助演段法的等积变换,来验证天元术,由浅入深、循序渐进地讲解和诠释天元术理论^[5,7]。《益古演段》结构完整、图文并茂,简明易懂,是一部新旧方法对比应用的经典之作。

综上所述,《益古演段》虽然是一部诠释和推广天元术的入门教材,但它却闪烁着李冶数学创新思想的光辉。它不仅提高了数学的机械化程度,而且还为全面推广与应用天元术开创了广阔的前景。

二、李冶先进的数学文化观和认识论

(一) 数学的实用性——“施之人事,最为切务”

“术数虽居六艺之末,而施之人事,则最为切务。”李冶深刻认识到数学的应用价值,进而坚定了他研究数学的信念,确立了他“施之人事,最为切务”的数学教育理念。李冶生长在金元交替时代,深受儒家思想的熏陶与启迪。在青年时期,李冶在数学方面并无建树,他曾对自己50岁之前的学术经历进行过总结,自己概括为三个主要阶段:20~30岁,热衷于写文章;30~40岁,致力于获取升华;40~50岁,沉迷于数理研究。他客观地总结了自己的前半生,重新确立了自己的人生观和价值观,最终走向数学研究的道路。这完全是建立在他认识到数学广泛的实用性的基础之上。据记载,在他88岁临终前,他嘱托他的儿子:“吾平

生著述,死后可尽燔去。独《测圆海镜》一书,虽九九小数,吾尝精思致力焉。后世必有知者,庶可布广垂永乎!”^[2]这表明他已充分认识到数学的重要应用价值和前景。

后来,天元术成功地应用于天文学和水利学之中。元代王恂(1235—1281)和郭守敬(1231—1316)在编制《授时历》时,应用天元术测算周天弧度,沙克什(1278—1351)用天元术测算水利工程问题,取得良好效果。这些都验证了李冶对数学应用价值的正确认识。

(二) 数理可知性——“推自然之理,以为自然之数”

李冶认为:数出于自然,人们可以通过概念去把握数的客观规律,数理可穷。同时,他也发现“彼其数不惟不能得其凡,而吾之力且惫矣”,人的认识是有限的,穷极数的全部规律是困难的,数理可穷而难穷。但是“谓数之难穷斯可,谓数之不可穷斯不可”。要解决这种客观存在的矛盾,就必须积极进取,不断创新。他的数学观和认识论是客观的,也是唯物辩证的,他承认数理的可知性。他说:“吾欲以力强穷之,使隶首(传说中发明数学的人)复生,亦未如之何也已”,提出了个人知识的有限性。同时“苟能推自然之理,以明自然之数”,“则又何为而不可穷也”。他这种数理可知的观念,不仅在数学思想发展史上具有重要意义,而且也是人类科学史上一份宝贵的精神财富。爱因斯坦(Albert Einstein, 1879—1995)曾经指出:“相信世界在本质上是有序的和可以认识的这一信念,是一切科学工作的基础”。这种观念与李冶数理可知观念是完全相同的。

(三) 道技统一性——“道即术,术即道”

宋元时期,程(程颢、程颐)朱(熹)理学的影响巨大,他们都极力推崇唯心的“理先于物”,轻视科学技术研究,认为数学是“九九贱技”,于仕途无补。李冶驳斥说:“由技兼于事者言之,夷之理,夔之乐,亦不免为一技;由技进乎道者言之,石之斤,扁之轮,非圣人之所与乎?”他的观念与道家崇尚自然、尊重科学的思想不谋而合。他不迷信当时社会奉为经典的儒学和理学,认为“道之所在,圣人尊之”,圣人的礼乐是技艺,工匠所使用的工具也是受圣人称道的技艺,他们之间没有本质差别。他认为:数学是“施之人事,则最为切务”。道和技

在切合使用的基础上是统一的,“小数之假所以为大数之归”,科学规律来源于数学,又通过数学得以体现出来。从而使他在追求数学规律的道路上充满了信心。李冶坚定“道技统一”的数学观,终生追求,无怨无悔。正如《测圆海镜》序言中所说的那样:“览吾之编,察吾苦心,其悯我者当百数,其笑我者当千数,乃若吾之所得则自得焉耳,宁复为人悯笑计哉!”^[2,6]这些都表达了一位数学家潜心研究,不计荣辱高尚的精神世界和人生价值观。

李冶一生,勤学不辍,儒道兼融。他冲破传统观念的束缚,确立了先进的数学观和认识论,潜心于数学研究,他所撰写的两部数学名著流传后世。这是李冶的伟大成就,也是李冶先进数学观和认识论的最佳体现。

三、李冶先进的数学教育理念与实践

李冶不仅是一位举世公认的、杰出的数学家,同时也是一位著名的教育家。他生于金元交替的战乱年代,虽有为官报效朝廷的理想与愿望,但生不逢时未能如愿,终究半生流离失所,最终却选择了潜心研究学问之路,在医学、文史等,尤其数学领域取得了显著的学术成就,同时,他还广纳弟子,努力将自己的成果“晓然示人”。他从不把自己的成就束之高阁,而是秉承孔圣人“有教无类”的教育思想。不仅使天元术得以完善,而且还有力地促进了天元术的推广与应用。他一生追求学问,乐此不疲,并传徒授业,注重知识的传播与社会应用效益。

(一)发展了我国古代北方著名的“封龙书院”

封龙书院始于唐,而兴于元,是中国古代民间教育的产物。元代私立书院林立,学术气氛浓厚,李冶所主持的“封龙书院”就是其中的一个杰出代表^[8]。1251年,年逾花甲的李冶结束了他的流亡生涯,回到他少年时期曾经求学的元氏县定居,在封龙书院,他一边收徒讲学,一边对天元术理论继续进行研究。由于李冶平易近人,善于因材施教、循循善诱,全国各地学子慕名而来,其中不乏有青年人,也有中年人,甚至还有一些地方官员也亲自前来听课或登门求教。由于学生众多,家中容纳不下,他就购置田产,在北宋李昉(925—996)读书堂的基础上重建了“封龙书院”。他在封龙书院讲学二十多年,以数学教育为主,同时讲授文史知

识,培养出大批优秀人才。元朝大将、中书右丞相史天泽父子三人均出自他的门下,廉访使荆幼纪、集贤学士焦养直、廉访金事张翼、翰林修撰承直郎王德渊等名人贤士,也都是李冶的学生^[2]。王德渊曾称赞他的老师“于六艺百家,靡不川贯”。

由于他治学严谨,学生受益匪浅,各地官府都乐意聘用他的学生。后人称颂李冶为文正公(李冶的谥号)。

(二)提出了“晓然示人”的先进教育思想

李冶认为:“术数虽居六艺之末,而施之人事,则最为切务。”李冶治学,重在明理求故,注重深入浅出,倡导循序渐进,反对故弄玄虚。李冶既是“晓然示人”教育理念的积极倡导者,也是这一先进教育理念的积极实践者。在他精心撰写的《测圆海镜》中,每道题都是按“问”、“答”、“法”、“草”四步进行阐述,使读者一目了然,耳目一新,便于学生理解与掌握^[2]。正是基于他先进的教育理念,进而培养出大批优秀人才,使天元术得以广泛传播;也正是基于他这一先进理念,才使得他撰写的《测圆海镜》和《益古演段》成为中国古代数学的经典之作,而得以世代传承。

(三)体现了“因材施教”的教育理念

李冶的教育思想真可谓称得起是儒道交融,兼顾其它体系。他对人性的善恶有着自己独特的见解和认识。他时常说:“世之劝人以学者,动必诱之以道德之精微,此可为上性言之,非所以语中下者也……因其所为而引之,则吾之劝之者易以入,而听之者易以进也。”这都充分反映出他顺应人性、以人为本,因材施教、因人施教的先进教育理念。他对前往封龙书院求学的学子,不限年龄、不限出身,不嫌穷富,且实施因材施教,有教无类,他因材施教的教育理念对后世具有深远的影响^[9]。他所撰写的两部专著,循序渐进,深入浅出,触类旁通,为实现数学教育的大众化、规范化和程序化提供了基础。

(四)形成了先进的数学教育方法

1. 深入浅出,晓然示人

李冶摒弃“隐互错揉、溟滓黯黯”的教学方法,提倡“晓然示人”的数学教育理念,致力于使“粗知十百者”掌握数学规律。他讲授天元术首先从“方圆幂积”讲起,由浅入深、循序渐进,力求使初学者

能够尽快理解和掌握其要领^[4,10]。

2. 新旧对比, 举一反三

在《测圆海镜》的选题中, 李冶既给出洞渊或石道信的解题方法, 又给出了他的全新的解题方法, 使读者能够直接体会到天元术思维方法的先进性和科学性。在《测圆海镜》中, 许多问题都给出多种解题方法, 他这种一题多解、举一反三的教育思想对于开拓学生思维是大有裨益的^[10]。

3. 借助直观, 诠释理论

为了解决天元术理论较深, 不易被初学者理解和掌握的问题, 他借助形象直观的几何条段法去诠释和解决天元术的有关问题, 取得了显著效果。这种几何与代数方法相结合的思想, 则成为此后数学家用天元术研究解决几何问题的一种基本模式。

四、结语

李冶所著《测圆海镜》和《益古演段》, 体现了他在天元术研究方面的卓越成就, 首次发展了半

符号代数表示方法, 并应用于几何学问题的规范化求解, 标志着代数开始独立于几何学发展的开端。他冲破当时的社会思想束缚, 深刻认识了数学的应用前景, 并通过授徒讲学加以弘扬和普及, 体现了“晓然示人”、“因材施教”、“举一反三”、“深入浅出、循序渐进”等许多先进的教育思想和教育理念。他不畏艰难, 勇于创新, 在颠沛流离、条件艰苦的中年时代, 也能坚持潜心研究, 完成《测圆海镜》这部数学巨著; 晚年又毅然放弃在元朝为官的机会, 用通俗易懂语言, 简明易记、新旧对比的方法精心编著了他的另一部巨著《益古演段》, 他对中国古代数学发展做出了重大贡献。他既通过著书立说表现先进的数学文化思想, 也通过亲身实践来弘扬这种先进的思想和理念, 他先进的数学文化及教育思想不仅在当时颇具影响, 而且对于现代高校数学教育仍然具有十分重要的指导和借鉴意义。

参考文献:

- [1] 麻凤川, 崔竹元. 神圣封龙山[M]. 北京: 中国文献出版社, 2012.
- [2] 孔国平. 李冶传[M]. 石家庄: 河北教育出版社, 1988.
- [3] 白尚恕. 测圆海镜今译[M]. 济南: 山东教育出版社, 1985.
- [4] 莫绍揆. 对李冶《测圆海镜》的新认识[J]. 自然科学史研究, 1995, 14(1): 22-36.
- [5] 雷兴辉. 儒家文化与李冶的数学理念[J]. 西安文理学院学报: 社会科学版, 2011, 14(4): 50-52.
- [6] 朱海涛. 李冶的数学思想初探[J]. 教育史研究, 2008

(2): 26-31.

- [7] 孙宏安. 中国古代数学思想[M]. 大连: 大连理工大学出版社, 2008.
- [8] 窦竹君, 霍建云. 传统书院的人文精神[J]. 石家庄铁道大学学报: 社会科学版, 2015, 9(4): 23-28.
- [9] 孔国平. 李冶朱世杰与金元数学[M]. 石家庄: 河北科学技术出版社, 2000.
- [10] 安宏伟, 郑莉芳, 张媛媛, 等. 李冶数学教育思想对当代大学数学教育改革的启示[J]. 石家庄铁道大学学报: 社会科学版, 2015, 9(4): 40-43.

Research on the Mathematics Culture and Education Thought of Chinese Ancient Mathematician Li-Ye

Zhang Zhiguo¹, Zhang Yuanyuan², An Hongwei¹, Zhang Fengxuan¹

(1. Sifang College Shijiazhuang Tiedao University, 050228, China;

2. Department of Chemical Industry, Shijiazhuang University, 050035, China)

Abstract: Li Ye is one of the four great famous mathematicians during Song and Yuan dynasties in China. Not only is he an outstanding mathematician, but also a famous educator. His advanced mathematics culture and education thought still has the very strong guidance and the reference significance to the modern university mathematics education. This article researched mainly from Li Ye's brilliant achievements in mathematics, advanced mathematics culture thought and epistemology, advanced mathematics education idea and excellence in education practice activities etc, aiming to get new lessons and inspiration.

Key words: Li-Ye; Tianyuan technique; semi symbolic algebra; mathematical culture