第33卷 第2期 石家庄铁道大学学报(自然科学版) Vol. 33 No. 2
2020年6月 Journal of Shijiazhuang Tiedao University(Natural Science Edition) Jun. 2020

含有惯容的动力吸振器减振性能研究

李壮壮， 申永军， 王 军， 杨绍普

（石家庄铁道大学 机械工程学院，河北 石家庄 050043）

摘要：提出了6种含有惯容的动力吸振器，得到了各个模型最优参数的数值解，并研究了这6种动力吸振器的减振性能。首先，将6种惯容-弹簧-阻尼结构引入到接地式动力吸振器中，建立系统的动力学方程，通过归一化处理得到系统的稳态振幅放大因子。然后，建立了数值寻优的计算流程，并以经典的接地式DVA为例，与解析解的优化结果作对比，验证了计算流程的正确性和合理性。最后，以这种计算流程为基础，对这6种惯容动力吸振器进行参数优化，得到其最优数值解。通过与传统动力吸振器在简谐激励和随机激励下作比较，发现把惯容-弹簧-阻尼结构以合适的组合形式引入到吸振器中有更好的减振效果，对新型动力吸振器的设计和改造有一定的指导意义。

关键词：振动控制；动力吸振器；惯容；参数优化

中图分类号：O328；TH113.1 **文献标志码**：A **文章编号**：2095-0373(2020)02-0064-10

0 引言

减少工程结构和机械设备中不必要的振动是设计过程中要考虑的重要因素，特别是对于受到外部激励的结构。为了减少振动对工程结构和机械设备的影响，学者们先后研究了被动控制、主动控制、半主动控制等方法来降低振动对结构的危害[1]。被动控制更多地应用在工程减振中，因为它们避免了主动和半主动控制的固有缺陷[2-3]，相比于主动控制，被动控制不需要输入外部能量，只需要通过阻尼耗能装置即可，且具有结构简单、便于维修、经济性好等特点。

自从1909年Frahm发明了动力吸振器[4](DVA，Dynamic Vibration Absorber)又称为调谐质量阻尼器(TMD，Tuned Mass Damper)以来，学者们对动力吸振器的研究已有百年历史。Frahm发明的无阻尼动力吸振器虽然能在外部激励和主系统频率相近时取得很好的减振效果，但该吸振器适用的频率范围较窄。在此之后，1928年Ormondroyd et al[5]发现在Frahm模型的基础上，在吸振器中加入阻尼可以有效地降低主系统的振幅并拓宽适用频率范围，该模型就是经典的Voigt型动力吸振器。Den et al[6]据此提出了固定点理论，该理论被广泛应用并且成为振动工程教科书中的经典结论[1]。Asami et al[7]提出了三要素DVA并给出了优化设计方案，减振效果明显优于Ormondroyd et al[5]提出的模型。2001年Ren[8]提出了一种接地DVA，根据固定点理论和H∞优化得到模型的最优参数，减振效果比Den和Asami et al提出的模型更佳。姚勇政[9]研究了多自由度动力吸振器的参数优化，并提出了计算机编程方法计算数值最优解的方法。Zhang J et al[10]研究了动力吸振器在能量收集方面的应用。

惯容是21世纪初Smith教授提出的一种具有2个独立的自由端点、且类似于弹簧和阻尼器的元件[11]，产生的力与其节点之间的相对加速度成比例。近些年来，学者们通过对惯容的研究发现其在减振、隔振方面有很好的应用。惯容最早应用在F1赛车悬架上，并取得了很好的效果[12]。Wang et al[13-14]把惯容应用在火车悬架上，提高了火车的稳定性和舒适性。Chen et al[15]等分析了惯容对隔振系统固有频

收稿日期：2018-12-18 **责任编辑**：车轩玉 DOI：10.13319/j.cnki.sjztddxxbzrb.20180144

基金项目：国家自然科学基金(11772206，11802183)；河北省高等学校创新团队领军人才计划(LJRC018)；河北省高等学校高层次人才科学研究项目(GCC2014053)

作者简介：李壮壮(1992—)，男，硕士研究生，研究方向为振动控制。E-mail：shenyongjun@126.com

李壮壮，申永军，王军，等.含有惯容的动力吸振器减振性能研究[J].石家庄铁道大学学报：自然科学版，2020，33(2)：64-72，101.

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

率的影响。Hu et al[16]提出了 6 种 ISD(I-Inerter,S-Spring,D-Dumper)结构并把其放在 Voigt 型 DVA 上,通过 Matlab 编程得到其最优参数。葛正等[17]研究了惯容动力吸振器在车辆悬架上的应用,可以有效改善乘坐舒适性。Barredo et al[18]研究了一种新型基于固定点理论的新方法优化含有惯容的 DVA,得到其解析解。Shen et al[19]通过使用惯容将传统的 DVA 应用到车辆悬架上,使得悬架的指标有很大的提升。Luo et al[20]提出了一种新型电磁谐振分流器 DVA,旨在最大限度地减少结构损坏的同时在随机风激励下收获能量,并在台北 101 大厦上实验成功。Wang et al[21]把惯容应用在经典动力吸振器上,使吸振器通过惯容接地,发现有很好的减振效果。

本文提出了 6 种含有惯容的动力吸振器,并通过计算机编程的方法[9]得到各个模型参数的最优解。

1　新型动力吸振器模型建立

1.1　惯容的动力学特性

惯容又称为惯性储能器或惯性质量储能器,与传统的弹簧和阻尼器一样具有 2 个独立的、自由的端点。当一对相互作用力作用于惯容元件 2 个端点时,两端点的相对加速度和作用力成一定的比例关系,该比例称作“惯容系数”,用字母 b 表示。理想惯容受力关系为

$$f = b\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(v_2 - v_1) = b\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}(x_2 - x_1) \tag{1}$$

1.2　模型的建立和分析

图 1 所示是经典接地式 DVA 模型。图 2 是本文提出的惯容动力吸振器模型。图 2 中的结构 A 分别为图 3 中的 6 种 ISD 结构。其中 m_1、m_2、b 和 c 分别表示主系统的质量、吸振器的质量、惯容系数和阻尼系数;k_1、k_2 和 k_3 分别为各个模型主系统弹簧的刚度系数、吸振器上弹簧的刚度系数、ISD 结构中的弹簧刚度系数;x_1、x_2 分别为主系统位移、动力吸振器位移;x_3 为模型 2、模型 3、模型 4、模型 5、模型 6 阻尼与弹簧或惯容分割点的位移;x_4 为模型 5 中阻尼与惯容分割点的位移。$F\sin\omega t$ 是外界加载在主系统上的激励。根据牛顿第二定律得到如表 1 所示的动力学方程。

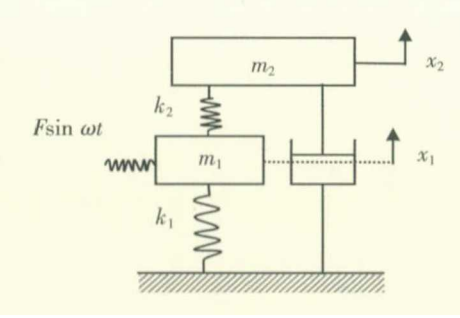

图 1　接地式动力吸振器模型

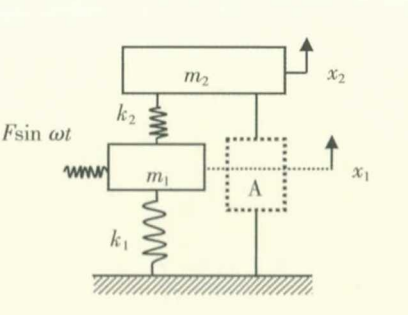

图 2　含有惯容的动力吸振器模型

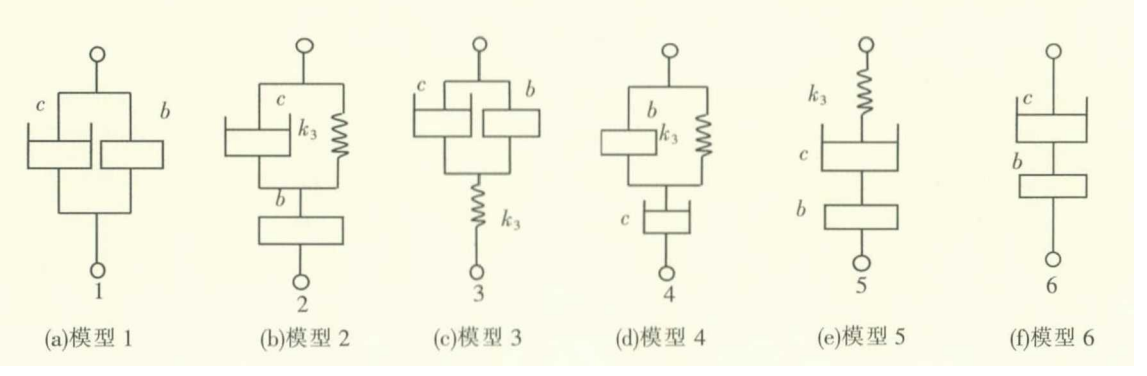

图 3　结构 A 中的 6 种 ISD 结构

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

表1 动力学方程及振幅放大因子

模型	动力学方程	变换后结果	振幅放大因子
模型1	$m_1\ddot{x}_1+k_1x_1+k_2(x_1-x_2)=F\sin\omega t$ $m_2\ddot{x}_2+b\ddot{x}_2+k_2(x_2-x_2)+c\dot{x}_2=0$	$\ddot{x}_1+\omega_1^2x_1+\mu\omega_2^2(x_1-x_2)=f\sin\omega t$ $\ddot{x}_2\left(1+\frac{\delta}{\mu}\right)+\omega_2^2(x_2-x_1)+2\omega_1\zeta\dot{x}_2=0$	$\psi_1=\sqrt{\frac{A_{11}^2\zeta+B_{11}^2}{C_{11}^2\zeta+D_{11}^2}}$
模型2	$m_1\ddot{x}_1+k_1x_1+k_2(x_1-x_2)=F\sin\omega t$ $m_2\ddot{x}_2+k_2(x_2-x_1)+c(\dot{x}_2-\dot{x}_3)+$ $k_3(x_2-x_3)=0$ $k_3(x_3-x_2)+c(\dot{x}_3-\dot{x}_2)+b\ddot{x}_3=0$	$\ddot{x}_1+\omega_1^2x_1+\mu\omega_2^2(x_1-x_2)=f\sin\omega t$ $\ddot{x}_2+\omega_2^2(x_2-x_1)+2\omega_2\zeta(\dot{x}_2-\dot{x}_3)+\frac{\delta}{\mu}\omega_3^2(x_2-$ $x_3)=0$ $\ddot{x}_3+\omega_3^2(x_3-x_2)+2\frac{\mu}{\delta}\omega_2\zeta(\dot{x}_3-\dot{x}_2)=0$	$\psi_2=\sqrt{\frac{A_{22}^2\zeta+B_{22}^2}{C_{22}^2\zeta+D_{22}^2}}$
模型3	$m_1\ddot{x}_1+k_1x_1+k_2(x_1-x_2)=F\sin\omega t$ $m_2\ddot{x}_2+k_2(x_2-x_1)+c(\dot{x}_2-\dot{x}_3)+$ $b_3(\ddot{x}_2-\ddot{x}_3)=0$ $b(\dot{x}_3-\dot{x}_2)+b(\ddot{x}_3-\ddot{x}_2)+k_2x_3=0$	$\ddot{x}_1+\omega_1^2x_1+\mu\omega_2^2(x_1-x_2)=f\sin\omega t$ $\ddot{x}_2+\omega_2^2(x_2-x_1)+2\omega_2\zeta(\dot{x}_2-\dot{x}_3)+\frac{\delta}{\mu}(\ddot{x}_2-\ddot{x}_3)$ $=0$ $(\ddot{x}_3-\ddot{x}_2)+2\frac{\mu}{\delta}\omega_2\zeta(\dot{x}_3-\dot{x}_2)+\omega_3^2x_3=0$	$\psi_3=\sqrt{\frac{A_{33}^2\zeta+B_{33}^2}{C_{33}^2\zeta+D_{33}^2}}$
模型4	$m_1\ddot{x}_1+k_1x_1+k_2(x_1-x_2)=F\sin\omega t$ $m_2\ddot{x}_2+k_2(x_2-x_1)+b(\ddot{x}_2-\ddot{x}_3)+$ $k_3(x_2-x_3)=0$ $b(\ddot{x}_3-\ddot{x}_2)+k_3(x_3-x_2)+c\dot{x}_3=0$	$\ddot{x}_1+\omega_1^2x_1+\mu\omega_2^2(x_1-x_2)=f\sin\omega t$ $\ddot{x}_2+\omega_2^2(x_2-x_1)+\frac{\delta}{\mu}(\ddot{x}_2-\ddot{x}_3)+\frac{\delta}{\mu}(x_2-x_3)=0$ $(\ddot{x}_3-\ddot{x}_2)+\omega_3^2(x_3-x_2)+2\frac{\mu}{\delta}\omega_2\zeta\dot{x}_3=0$	$\psi_4=\sqrt{\frac{A_{44}^2\zeta+B_{44}^2}{C_{44}^2\zeta+D_{44}^2}}$
模型5	$m_1\ddot{x}_1+k_1x_1+k_2(x_1-x_2)=F\sin\omega t$ $m_2\ddot{x}_2+k_2(x_2-x_1)+c(\dot{x}_2-\dot{x}_3)=0$ $c(\dot{x}_3-\dot{x}_2)+k_3(x_3-x_4)=0$ $m_3\ddot{x}_4+k_3(x_4-x_3)=0$	$\ddot{x}_1+\omega_1^2x_1+\mu\omega_2^2(x_1-x_2)=f\sin\omega t$ $\ddot{x}_2+\omega_2^2(x_2-x_1)+2\omega_2\zeta(\dot{x}_2-\dot{x}_3)=0$ $2\omega_2\zeta(\dot{x}_3-\dot{x}_2)+\frac{\delta}{\mu}\omega_3^2(x_3-x_4)=0$ $\ddot{x}_4+\omega_3^2(x_4-x_3)=0$	$\psi_5=\sqrt{\frac{A_{55}^2\zeta+B_{55}^2}{C_{55}^2\zeta+D_{55}^2}}$
模型6	$m_1\ddot{x}_1+k_1x_1+k_2(x_1-x_2)=F\sin\omega t$ $m_2\ddot{x}_2+k_2(x_2-x_1)+c(\dot{x}_2-\dot{x}_3)=0$ $c(\dot{x}_3-\dot{x}_2)+b\ddot{x}_3=0$	$\ddot{x}_1+\omega_1^2x_1+\mu\omega_2^2(x_1-x_2)=f\sin\omega t$ $\ddot{x}_2+\omega_2^2(x_2-x_1)+2\omega_2\zeta(\dot{x}_2-\dot{x}_3)=0$ $\ddot{x}_3+2\frac{\mu}{\delta}\omega_2\zeta(\dot{x}_3-\dot{x}_2)=0$	$\psi_6=\sqrt{\frac{A_{66}^2\zeta+B_{66}^2}{C_{66}^2\zeta+D_{66}^2}}$

引入以下参数:质量比 $\mu=\frac{m_2}{m_1}$,惯容比 $\delta=\frac{b}{m_1}$,固有频率 $\omega_1=\sqrt{\frac{k_1}{m_1}}$,吸振器频率 $\omega_2=\sqrt{\frac{k_2}{m_2}}$,惯容频率 $\omega_3=\sqrt{\frac{k_3}{b}}$,固有频率比 $\alpha_1=\frac{\omega_2}{\omega_1}$、$\alpha_2=\frac{\omega_3}{\omega_1}$,激励频率比 $\lambda=\frac{\omega}{\omega_1}$,阻尼比 $\zeta=\frac{c}{2m_2\omega_2}$,$f=\frac{F}{m_1}$。代入到表1中的动力学方程中,然后对变换后的公式进行拉普拉斯变换,求得主系统质量块 m_1 的运动规律复数解 X_i

$$X_i=f\frac{A_i+jB_i}{C_i+jD_i} \tag{2}$$

式中,$i=1,2,3,4,5,6$ 分别代表模型1、模型2、模型3、模拟4、模型5和模型6。式中的系数如下:

$A_1=-\delta\omega^2+\mu(\omega_2^2-\omega^2)$;$B_1=2\mu\omega\omega_2\zeta$;$C_1=-2\omega\omega_2\mu(\omega^2-\omega_1^2)-2\zeta\omega\mu^2\omega_2^3$;$D_1=(\omega^2-\omega_1^2)[\delta\omega^2+\mu(\omega^2-\omega_2^2)]-\omega^2\omega_2^2(\mu+\delta)$;$A_2=\delta[-\mu(\omega^2-\omega_2^2)(\omega^2-\omega_3^2)+\delta\omega^2\omega_3^2]$;$B_2=2\mu\omega\omega_2\zeta[\mu(\omega^2-\omega_2^2)+\delta\omega^2]$;$C_2=\delta[\mu\{\omega^4+\omega_1^2\omega_2^2-\omega^2[\omega_1^2+(1+\mu)\omega_2^2]\}(\omega^2-\omega_3^2)+\delta\omega^2\omega_3^2(-\omega^2+\omega_1^2+\mu\omega_2^2)]$;$D_2=2\mu\omega\omega_2\zeta\{\mu[\mu\omega^2\omega_2^2-(\omega^2-\omega_1^2)(\omega^2-\omega_2^2)]+\delta\omega^2(-\omega^2+\omega_1^2+\mu\omega_2^2)\}$;$A_3=\delta[-\mu(\omega^2-\omega_2^2)(\omega^2-\omega_3^2)+\delta\omega^2\omega_3^2]$;$B_3=2\mu\omega\omega_2\zeta[\mu(\omega^2-\omega_2^2)-\delta\omega_3^2]$;$C_3=\delta[\mu\{\omega^4+\omega_1^2\omega_2^2-\omega^2[\omega_1^2+(1+\mu)\omega_2^2]\}(\omega^2-\omega_3^2)+\delta\omega^2\omega_3^2(-\omega^2+\omega_1^2+\mu\omega_2^2)]$;$D_3=2\mu\omega\omega_2\zeta\{\mu[\mu\omega^2\omega_2^2-(\omega^2-\omega_1^2)(\omega^2-\omega_2^2)]+\delta\omega_3^2(-\omega^2-\omega_1^2-\mu\omega_2^2)\}$;$A_4=-\delta(\omega^2-\omega_2^2)(\omega^2-\omega_3^2)$;$B_4=2\omega\omega_2\zeta[\mu(\omega^2-\omega_2^2)+\delta(\omega^2-\omega_2^2)]$;$C_4=\delta(\omega^2-\omega_3^2)\{\omega^4+\omega_1^2\omega_2^2-\omega^2[\omega_1^2+\omega_2^2(1+\mu)]\}$;$D_4=2\omega\omega_2\zeta\{\mu[\mu\omega^2\omega_2^2-(\omega^2-\omega_1^2)(\omega^2-\omega_2^2)]-\delta(\omega^2-\omega_1^2-\mu\omega_2^2)(\omega^2-\omega_3^2)\}$;$A_5=\mu\zeta\omega_2[(\omega^2-\omega_2^2)(\omega^2-\omega_3^2)+\delta\omega^2\omega_3^2]$;$B_5=\delta\omega\omega_3^2(\omega^2-\omega_2^2)$;$C_5=2\omega_2$

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$[\mu\{\omega^4+\omega_1^2\omega_2^2-\omega^2[\omega_1^2+(1+\mu)\omega_2^2]\}(\omega^2-\omega_3^2)+\delta\omega_3^2\omega^2(-\omega^2+\omega_1^2+\mu\omega_2^2)]$;$D_5=\delta\omega\omega_3^2\{-\omega^4-\omega_1^2\omega_2^2+\omega^2[\omega_1^2+(1+\mu)\omega_2^2]\}$;$A_6=\delta\omega(-\omega^2+\omega_2^2)$;$B_6=2\omega_2\zeta[\mu(\omega^2-\omega_2^2)+\delta\omega^2]$;$C_6=\delta\omega\{\omega^4+\omega_1^2\omega_2^2-\omega^2[\omega_1^2+(1+\mu)\omega_2^2]\}$;$D_6=2\mu\omega_2\zeta\{\mu[\mu\omega^2\omega_2^2-(\omega^2-\omega_1^2)(\omega^2-\omega_2^2)]+\delta\omega^2(-\omega^2+\omega_1^2+\mu\omega_2^2)\}$;$j=\sqrt{-1}$。

为了便于推导和计算,引入振幅放大因子,定义为

$$\psi_i=\left|\frac{X_i}{f}\right|=\sqrt{\frac{A_{ii}^2\zeta+B_{ii}^2}{C_{ii}^2\zeta+D_{ii}^2}} \tag{3}$$

式中,$i=1,2,3,4,5,6$ 分别代表模型 1、模型 2、模型 3、模拟 4、模型 5 和模型 6。式中的系数如下:$A_{11}=2\mu\lambda\alpha_1$;$B_{11}=(\mu+\delta)\lambda^2-\mu\alpha_1^2$;$C_{11}=2\mu\lambda\alpha_1(1-\lambda^2+\alpha_1^2\mu)$;$D_{11}=\lambda^4(\mu+\delta)+\mu\alpha_1^2-\lambda^2[\mu+\delta+\mu\alpha_1^2+\mu\alpha_1^2(\mu+\delta)]$;$A_{22}=2\mu\alpha_1\lambda[\mu\alpha_1^2-(\mu+\delta)\lambda^2]$;$B_{22}=\delta[\alpha_2^2\delta\lambda^2+\mu(\alpha_1^2-\lambda^2)(\alpha_2^2-\lambda^2)]$;$C_{22}=2\mu\alpha_1\lambda\{\mu\alpha_1^2+\lambda^4(\mu+\delta)-\lambda^2[\delta+\mu+\mu\sigma_1^2(1+\mu+\delta)]\}$;$D_{22}=\delta\alpha_2^2\delta\lambda^2(1+\mu\alpha_1^2-\lambda^2)-\delta\mu(\lambda^2-\alpha_2^2)\{\lambda^2-\lambda^4+\alpha_1^2[-1+\lambda^2(1+\mu)]\}$;$A_{33}=2\mu\alpha_1\lambda[\mu\alpha_2^2+\mu(\alpha_1^2-\lambda^2)]$;$B_{33}=\delta[\delta\lambda^2\alpha_2^2+\mu(\alpha_1^2-\lambda^2)(\lambda^2-\alpha_2^2)]$;$C_{33}=2\mu\alpha_1\lambda\{\delta\alpha_2^2+\mu\alpha_1^2(1+\delta\alpha_2^2)-\lambda^2[\mu+\mu(1+\mu)\alpha_1^2+\delta\alpha_2^2]+\mu\lambda^4\}$;$D_{33}=\delta^2\alpha_2^2\lambda^2(1+\mu\alpha_1^2-\lambda^2)-\mu\delta(\lambda^2-\alpha_2^2)\{\lambda^2-\lambda^4+\alpha_1^2[-1+\lambda^2(1+\mu)]\}$;$A_{44}=2\alpha_1\lambda[\mu\alpha_1^2+\delta\alpha_2^2-\lambda^2(\mu+\delta)]$;$B_{44}=\delta(\alpha_1^2-\lambda^2)(\lambda^2-\alpha_2^2)$;$C_{44}=2\alpha_1\lambda\{\delta(\alpha_2^2-\lambda^2)(-1-\mu\alpha_1^2+\lambda^2)+\mu[\lambda^2-\lambda^4+\alpha_1^2(-1+\lambda^2+u\lambda^2]\}$;$D_{44}=\delta(\alpha_2^2-\lambda^2)\{\lambda^2-\lambda^4+\alpha_1^2[-1+\lambda^2(1+\mu)]\}$;$A_{55}=2\alpha_1[\delta\lambda^2\alpha_2^2+\mu(\alpha_1^2-\lambda^2)(\lambda^2-\alpha_2^2)]$;$B_{55}=\delta\lambda\alpha_2^2(\alpha_1^2-\lambda^2)$;$C_{55}=2\alpha_1\zeta\{\delta\alpha_2^2\lambda^2(1+\mu\alpha_1^2-\lambda^2)-\mu(\lambda^2-\alpha_2^2)[\lambda^2-\lambda^4+\alpha_1^2(-1+\lambda^2+\mu\lambda^2)]\}$;$D_{55}=\delta\lambda\alpha_2^2\{\lambda^2-\lambda^4+\alpha_1^2[-1+\lambda^2(1+\mu)]\}$;$A_{66}=2[\mu\alpha_1^2-\alpha_1(\mu+\alpha)\lambda^2]$;$B_{66}=\delta\lambda(\alpha_1^2-\lambda^2)$;$C_{66}=2\alpha_1\{\mu\alpha_1^2+\lambda^4(\mu+\delta)-\lambda^2[\delta+\mu(1+\alpha_1^2+\mu\alpha_1^2+\delta\alpha_1^2]\}$;$D_{66}=\delta\lambda\{\lambda^2-\lambda^4+\alpha_1^2[-1+\lambda^2(1+\mu)]\}$。

2　新型动力吸振器参数的优化

2.1　计算机编程寻优方法

固定点理论及 H∞优化[6]是通过使目标函数最大值最小化来优化参数。两自由度的模型使用此方法可以轻松地求解出最优参数,但是 2 个以上自由度情况下,使用固定点理论及 H∞优化便会极为困难甚至无法求解。本文提出的 6 种模型中,除模型 1 外,其他模型使用固定点理论及 H∞优化便非常困难,因此使用了计算机编程寻优的方法。相比于文献[9],本文的计算机编程寻优方法思路更为清晰,编程环境由 C++改为 Matlab 使计算速度大幅提高,计算精度更为可靠。

计算机编程寻找最优数值解的思路同 H∞优化相似。将振幅放大因子 ψ_i 作为目标函数,其中频率比为自变量,质量比 μ、惯容比 δ、固有频率比 α_1 和 α_2、阻尼比 ζ 为需要优化的参数。程序设计思路为:给定一个 $\mu+\delta$ 的值,对参数 μ、δ、α_1、α_2、ζ 在合理区间内划分小步长,得到 μ、δ、α_1、α_2、ζ 的各种组合集,使用计算机编程的方法寻找到每组参数组合对应的目标函数的最大值,通过比较求得目标函数最大值中的最小值,此时 μ、δ、α_1、α_2、ζ 的取值即为最优数值解,计算精度可以通过改变步长来实现。计算机编程寻优思路及步骤如图 4 所示。

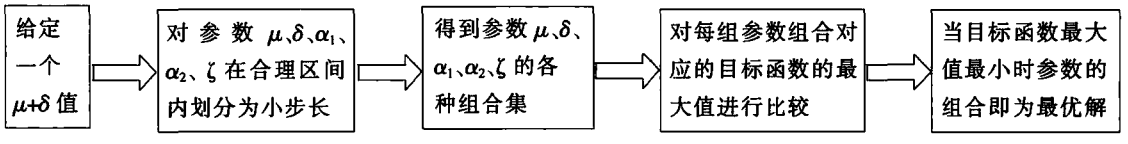

图 4　计算机编程寻优思路及步骤

根据文献[8]可以得到经典接地式 DVA,即图 1 所示模型,使用固定点理论及 H∞优化得到的解析解为:最优频率比 $\alpha_1=\sqrt{\frac{1}{1-\mu}}$;最优阻尼比 $\zeta=\sqrt{\frac{3\mu}{4(2-\mu)}}$。

通过计算机编程寻优的方法,对经典接地式 DVA 进行参数寻优,得到最优参数的数值解。2 种不同方法得出的结果对比及相对误差如表 2 所示。

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

表2 接地式DVA使用2种方法的结果对比

质量比 μ	最优频率比(数值解)	最优频率比(解析解)	频率比误差/%	最优阻尼比(数值解)	最优阻尼比(解析解)	阻尼比误差/%
0.05	1.015	1.026	1.07	0.136	0.138	1.45
0.1	1.042	1.054	1.13	0.196	0.198	1.01
0.15	1.075	1.084	0.83	0.249	0.246	1.22
0.2	1.105	1.118	1.16	0.285	0.288	1.04
0.5	1.423	1.411	0.85	0.496	0.500	0.8

通过比较发现,计算机编程寻优的方法得到的最优参数与解析解的最大误差不超过1.45%,证明了计算机编程寻优方法的正确性和合理性。

2.2 计算机编程优化结果

质量元件是单端点元件即必须有一点接地,惯容元件是两端点元件,由于惯容的力学特性,与加载在其两端的相对加速度成正比,有一定的质量特性,故把质量和惯容看做一个整体。因此在优化时,把 $\mu+\delta$ 看做为一个整体。

在不同的给定参数 $\mu+\delta$ 下,模型1、模型2、模型3、模型4、模型5和模型6使用此方法得到的最优数值解及振幅放大因子最大值如表3~表8所示。

表3 模型1最优参数

$\mu+\delta$	α_1	ζ	ψ_{max}
0.1	1.042	0.196	4.083
0.12	1.066	0.219	3.657
0.15	1.075	0.249	3.178
0.18	1.104	0.272	2.817
0.2	1.105	0.288	2.618

表4 模型2最优参数

$\mu+\delta$	μ	δ	α_1	α_2	ζ	ψ_{max}
0.1	0.080 8	0.019 2	1.07	0.862	0.059 1	3.627
0.12	0.093	0.027	1.084	0.838	0.075 6	3.333
0.15	0.107	0.043	1.12	0.8	0.1148	3.307
0.18	0.125	0.055	1.122	0.78	0.12	2.779
0.2	0.134	0.066	1.134	0.758	0.135 5	2.653

表5 模型3最优参数

$\mu+\delta$	μ	δ	α_1	α_2	ζ	ψ_{max}
0.1	0.02	0.08	2.49	2.93	0.42	4.111
0.12	0.02	0.1	2.77	2.99	0.52	3.794
0.15	0.03	0.12	2.57	2.99	0.53	3.343
0.18	0.125	0.055	1.122	0.78	0.12	2.955
0.2	0.04	0.16	2.69	2.97	0.65	2.659

表6 模型4的参数优化结果

$\mu+\delta$	μ	δ	α_1	α_2	ζ	ψ_{max}
0.1	0.091	0.009	1	4.02	0.18	4.606
0.12	0.04	0.08	1.61	0.03	0.92	3.786
0.15	0.05	0.10	1.58	0.01	0.81	3.343
0.18	0.15	0.03	1.00	2.99	0.24	2.957
0.2	0.06	0.14	1.63	0.01	0.80	2.66

表7 模型5最优参数数

$\mu+\delta$	μ	δ	α_1	α_2	ζ	ψ_{max}
0.1	0.08	0.02	1.02	0.98	0.16	3.841
0.12	0.095	0.025	1.02	0.965	0.17	3.475
0.15	0.115	0.035	1.02	0.965	0.19	3.159
0.18	0.134	0.046	1.023	0.951	0.204	2.918
0.2	0.135	0.065	1.04	0.97	0.21	2.868

表8 模型6最优参数

$\mu+\delta$	μ	δ	α_1	ζ	ψ_{max}
0.1	0.041 2	0.058 8	1.426	0.65	4.613
0.12	0.039	0.081	1.63	0.93	4.221
0.15	0.044	0.106	1.7	0.97	3.803
0.18	0.053	0.127	1.67	0.89	3.503
0.2	0.054	0.146	1.74	0.96	3.326

从计算结果可以看出,模型1只需要保证 μ 和 δ 之和的值即可,不需要再对 μ 和 δ 进行优化。而其他

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

5 种模型则需要对 μ 和 δ 进一步分别优化。基于表 3～表 8 得到的最优数值解,可以画出模型 1～模型 6 的幅频曲线如图 5～图 10 所示。从 6 种模型的幅频曲线中可以看出,随着 μ 和 δ 之和的增加,振幅放大因子随之降低。同样可以验证,在 $\mu+\delta$ 取其他值时,有相同的结论。

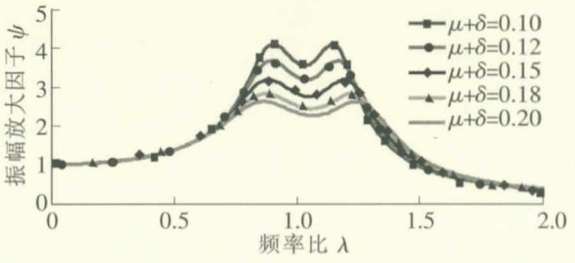

图 5　模型 1 的幅频曲线

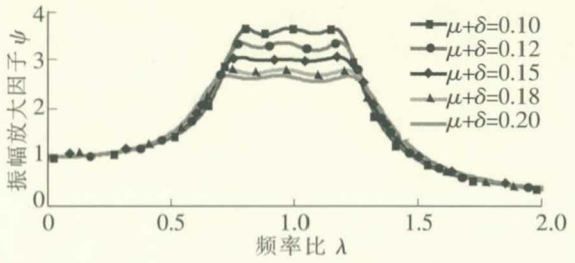

图 6　模型 2 的幅频曲线

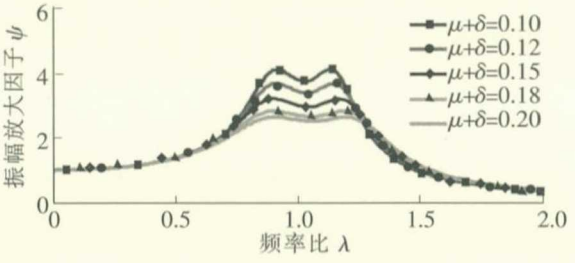

图 7　模型 3 的幅频曲线

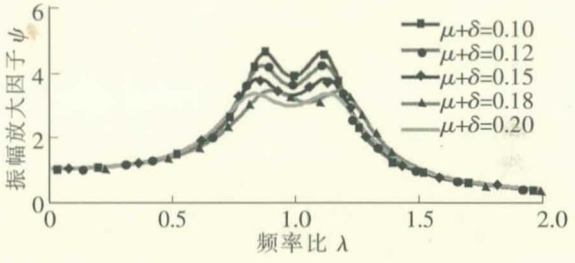

图 8　模型 4 的幅频曲线

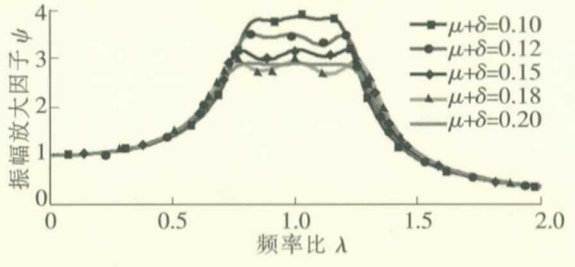

图 9　模型 5 的幅频曲线

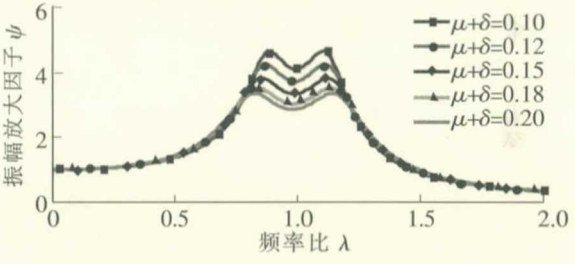

图 10　模型 6 的幅频曲线

为了进一步验证在 $\mu+\delta$ 取值一定的情况下,采用的数值方法优化结果相较于其他 μ 和 δ 的组合有更好的减振效果,现以 $\mu+\delta$ 取值为 0.1 为例,比较不同的 μ 和 δ 的组合下的幅频曲线最大值。表 9 为不同的 μ 和 δ 组合幅频曲线的最大值。

表 9　不同 μ 和 δ 组合幅频曲线最大值

模型	本文优化结果	$\mu=0.03,\delta=0.07$	$\mu=0.05,\delta=0.05$	$\mu=0.07,\delta=0.03$
模型 1	4.083	4.083	4.083	4.083
模型 2	3.596	86.62	22.77	6.906
模型 3	4.238	5.451	6.106	7.547
模型 4	4.236	8.902	8.562	46.92
模型 5	3.809	10.2	6.325	4.693
模型 6	4.601	9.737	6.839	36.25

从表 9 中可以看出,除模型 1 外,在 $\mu+\delta$ 取值一定的前提下,μ 和 δ 的其他组合会导致振幅放大因子的变大,表明了本文优化结果的正确性和合理性。同样可以验证,在 $\mu+\delta$ 取其他值时,有相同的结论。

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

3 与传统动力吸振器的比较

3.1 简谐激励下的比较

为了研究提出的6种惯容动力吸振器的减振效果,将该6种模型与经典的动力吸振器(Voigt型DVA,接地式DVA)在简谐激励下作比较。这里假设接地式DVA的吸振器和主系统质量的比 μ 为0.1,模型1～模型6的块质量比 μ 与惯容比 δ 之和也为0.1。幅频曲线的比较如图11所示,幅频曲线最大值的比较及相对衰减率如表10所示。

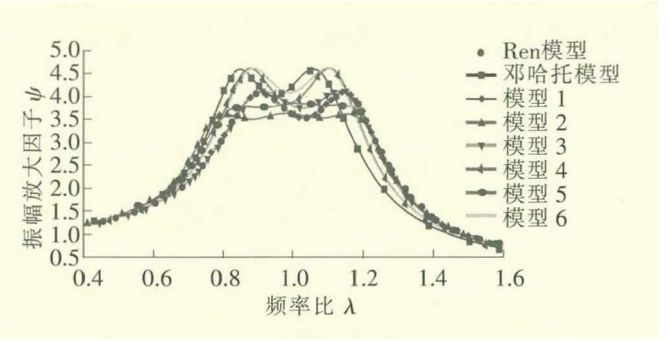

图11 简谐激励下的幅频曲线

表10 简谐激励下振幅放大因子最大值统计及相对衰减率

模型	振幅放大因子最大值	相比于Voigt模型DVA衰减率/%	相比于接地式模型DVA衰减率/%
模型1	4.083	10.91	-1.44
模型2	3.627	20.85	9.88
模型3	4.111	10.29	-2.13
模型4	4.606	-0.50	-14.43
模型5	3.841	16.19	4.57
模型6	4.613	-0.65	-14.61

从图11及表10可以看出,本文提出的新型惯容接地DVA有一定的减振效果。其中模型1、模型2、模型3、模型5的减振效果均优于Voigt型DVA,模型2、模型5的减振效果优于接地式DVA,模型4、模型6与Voigt型DVA减振效果相当,模型1与接地式DVA减振效果相当,模型4和模型6的减振效果次于传统动力吸振器。可以验证,在 $\mu+\delta$ 取其他值时,本结论仍然成立。

3.2 随机激励下的比较

因为在实际工程中系统所受的激励大都为随机激励,所以在随机激励下系统的响应有着很重要的意义。为了比较6种模型在随机激励下的减振效果,如图12所示,构建了50 s均值为0的随机激励。设定主系统质量块 $m_1=1$ kg,刚度 $k_1=100$ N/m,质量比 μ 和惯容比 δ 之和为0.1,其余参数可以根据表3～表8和文献[5,8]得到。图13为不含吸振器的主系统时间历程图,图14～图21分别为Voigt型DVA、接地式DVA、模型1、模型2、模型3、模型4、模型5、模型6的主系统时间历程图,主系统响应方差值统计及其相比于无吸振器时的衰减比如表11所示。

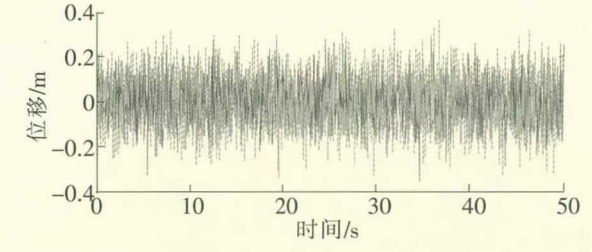

图12 随机激励时间历程图

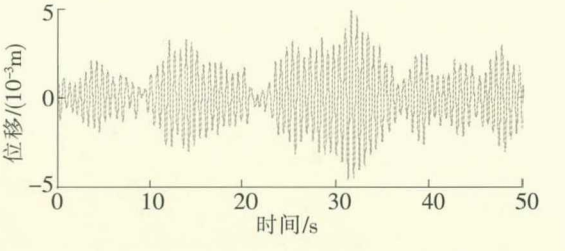

图13 不含吸振器的主系统时间历程图

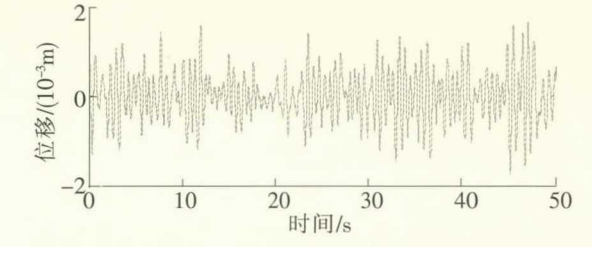

图14 Voigt型DVA的主系统时间历程图

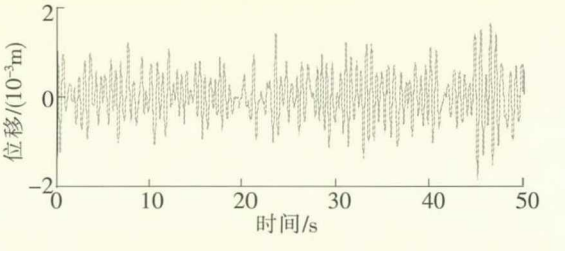

图15 接地式型DVA的主系统时间历程图

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

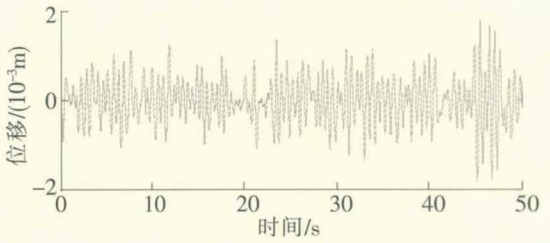

图 16　模型 1 的主系统时间历程图

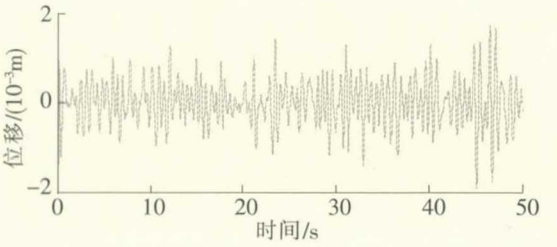

图 17　模型 2 的主系统时间历程图

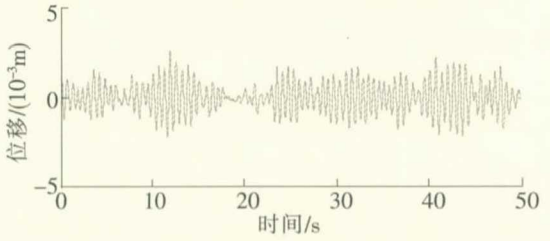

图 18　模型 3 的主系统时间历程图

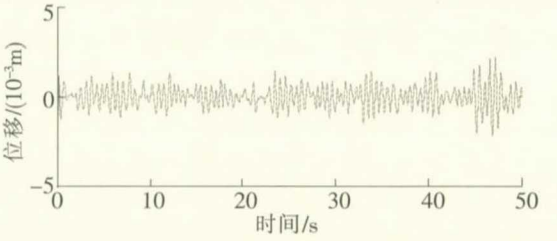

图 19　模型 4 的主系统时间历程图

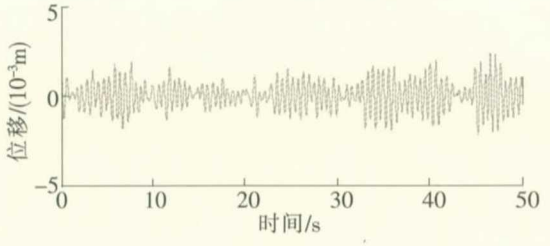

图 20　模型 5 的主系统时间历程图

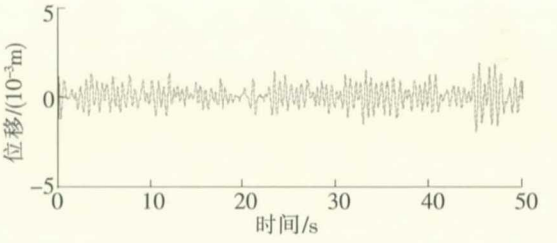

图 21　模型 6 的主系统时间历程图

表 11　主系统响应方差统计值及其衰减比

模型	位移方差/m	衰减比/%
No DVA	2.008 3e-6	—
Voigt 型 DVA	3.123 5e-7	84.45
Ren 型接地 DVA	2.697 9e-7	86.57
模型 1	2.834 7e-7	85.88
模型 2	2.606 7e-7	87.02
模型 3	2.653 2e-7	86.79
模型 4	3.761 1e-7	81.27
模型 5	6.054 9e-7	69.85
模型 6	3.442 1e-7	82.86

从图 12～图 21 及表 11 可以看出，本文提出的新型惯容接地 DVA 在随机激励下仍具有一定的减振效果，其中，模型 2 在随机激励下减振效果最好。模型 1、模型 2、模型 3 的减振效果优于 Voigt 型 DVA，模型 2、模型 3 减振效果优于接地式 DVA，模型 4、模型 5、模型 6 的减振效果次于接地式 DVA 和 Voigt 型 DVA。可以验证，在 $\mu+\delta$ 取其他值时，本结论仍然成立。

4　结论

本文提出了 6 种惯容-弹簧-阻尼结构，并把它们应用于接地型动力吸振器中。使用 H∞优化思路通过计算机编程的方法寻找各个模型的最优参数的数值解，相比于 H∞优化方法，计算机编程寻优方法对 2 个以上自由度的模型更为简单，而且精度可以通过改变编程的步长来实现，达到解析解想要达到的效果。通过对

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

比证明了在 μ 和 δ 取值一定的前提下,本文优化出的 μ 和 δ 的组合减振效果明显优于其他组合。

通过与传统动力吸振器在简谐激励和随机激励下主系统响应的比较,发现本文提出的6种模型具有一定的减振效果。使用上述优化方法在简谐激励下,本文提出的6种模型的减振效果和经典DVA相比依次为:模型2、模型5、接地式DVA、模型1、Voigt型DVA、模型5、模型4、模型6,故在简谐激励下,使用图3中的2和5所表示的ISD结构代替接地式DVA中的阻尼,会使减振效果更好;随机激励下本文提出的6种模型的减振效果和经典DVA相比依次为:模型2、模型3、接地式DVA、模型1、Voigt型DVA、模型6、模型4、模型5,故在随机激励下,使用图3中的2和3所表示的ISD结构代替接地式DVA中的阻尼,会使减振效果更好。从上述对比中可以看出,增加一个自由度并以合适的ISD结构代替传统接地DVA中的接地阻尼可以增加减振效果,对新型动力吸振器的设计和改造有一定的指导意义。

参 考 文 献

[1]倪振华. 振动力学[M]. 西安:西安交通大学出版社, 1989.

[2]Preumont A. Vibration control of active structures[M]. Netherlands:Kluwer Academic Pub, 2002.

[3]Wagg D, Author, Neild S, et al. Nonlinear vibration with control[M]. Berlin:Springer Netherlands, 2010.

[4]Frahm H. Device for damping vibrations of bodies: U.S. ,989,958[P]. 1911-4-18.

[5]Ormondroyd J, Den Hartog J P. The theory of the dynamic vibration absorber[J]. Journal of Applied Mechanics, 1928, 50: 9-22.

[6]Den Hartog J P. Mechanical vibrations[M]. New York:Mc Graw-Hill Book Company, 1985.

[7]Asami T, Nishihara O. Analytical and experimental evaluation of an air damped dynamic vibration absorber: design optimizations of the three-element type model[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 1999, 121(3): 334-342.

[8]Ren M Z. A variant design of the dynamic vibration absorber[J]. Journal of Sound & Vibration, 2001, 245(4): 762-770.

[9]姚勇政. 多自由度动力吸振器的优化设计[D]. 西安:西安建筑科技大学, 2011.

[10]Zhang J, Yuan Tianchen, Lu Zeqi, et al. A lever-type nonlinear energy sink[J]. Journal of Sound and Vibration,2018, 437:119-134.

[11]Smith M C. Synthesis of mechanical: The inerter[J]. Automatic Control, IEEE Transaction on, 2002,47(10): 1648-1662.

[12]Chen M Z Q, Papageorgiou C, Scheibe F,et al. The missing mechanical circuit element[J]. Circuits and Systems Magazine, IEEE, 2009, 9(1): 10-26.

[13]Wang F C, Chen C W, Liao M K, et al. Performance analyses of building suspension control with inerters[C]//Decision and Control, 2007 46th IEEE Conference on. IEEE, 2007: 3786-3791.

[14]Wang F C, Liao M K, Liao B H, et al. The performance improvements of train suspension systems with mechanical networks employing inerters[J]. Vehicle System Dynamics, 2009, 47(7): 805-830.

[15]Chen M Z Q, Hu Y, Huang L, et al. Influence of inerter on natural frequencies of vibration systems[J]. Journal of Sound & Vibration, 2014, 333(7): 1874-1887.

[16]Hu Y, Chen M Z Q. Performance evaluation for inerter-based dynamic vibration absorbers[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2015, 99: 297-307.

[17]葛正, 王维锐. 车辆主动惯容式动力吸振悬架系统研究[J]. 振动与冲击, 2017, 36(1): 167-174.

[18]Barredo E, Blanco A, Colín J, et al. Closed-form solutions for the optimal design of inerter-based dynamic vibration absorbers[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2018, 144: 41-53.

[19]Shen Y, Chen L, Yang X, et al. Improved design of dynamic vibration absorber by using the inerter and its application in vehicle suspension[J]. Journal of Sound and Vibration, 2016, 361: 148-158.

[20]Luo Y, Sun H, Wang X, et al. Wind induced vibration control and energy harvesting of electromagnetic resonant shunt tuned mass-damper-inerter for building structures[J]. Shock and Vibration, 2017, 2017:1-13.

[21]Wang X, Liu X, Shan Y, et al. Analysis and optimization of the novel inerterbased dynamic vibration absorbers[J]. IEEE Access, 2018(6):33169-33182.

(下转第101页)

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

[5]汪谟清，孙鑫，沈磊. 基于有限元的卡车车轮疲劳分析方法[J]. 现代制造工程，2017(11):88-92.
[6]李成林，宋莎莎，韩振南. 基于 nCode Design-Life 的某车架疲劳可靠性分析[J]. 图学学报，2014，35(1):42-45.
[7]崔广军. 曲轴疲劳寿命的有限元和多体动力学联合仿真研究[J]. 机械强度，2016,38(2):394-398.
[8]孙亚龙，曾发林. 商用车车架疲劳寿命仿真研究[J]. 重庆理工大学学报，2016，30(2):29-36.
[9]张国栋，王铁，刘宝乾,等. 工程专用自卸车车架疲劳寿命分析[J]. 机械设计与制造，2017(4):73-76.
[10]卢进海. 某三轴商用车车架的疲劳寿命研究[D]. 长沙:湖南大学,2013.

Fatigue Analysis of Flexible Truck Frame for Heavy Truck

Zhang Bing[1], **Li Shaohua**[1,2], **Liu Xing**[1]

(1. School of Mechanical Engineering, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China;
2. Traffic Safety and Control Key Laboratory in Hebei, Shijiazhuang 050043, China)

Abstract: With respect to the fatigue life problems of the heavy truck frame, The MNF of the frame was generated by FEM, and the static analysis and strength check of the frame were carried out. The virtual prototype technology was used to establish the rigid-flexible coupling model of the vehicle considering the elasticity of the frame. The rigid-coupling model was used to simulate the vehicle dynamics at different speeds on a random road surface to extract the critical boundary load of the frame. The fatigue reliability analysis of the frame adopted the *S-N* fatigue design method and the fatigue analysis software nCode Design-Life to obtain the fatigue life results and damage positions of the frame under different working conditions and speeds. The results show that the minimum life of the frame can satisfy the driving requirements and provides a theoretical basis for the optimal design of the frame.

Key words: FEM; rigid-flexible coupled model; load spectrum; *S-N* curve; fatigue life

(上接第 72 页)

Study on Vibration Reduction of Dynamic Vibration Absorbers with Inerter

Li Zhuangzhuang, **Shen Yongjun**, **Wang Jun**, **Yang Shaopu**

(School of Mechanical Engineering, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China)

Abstract: Six kinds of dynamic vibration absorbers with inerter were proposed, and the numerical solution of the optimal parameters of each model were obtained. The vibration reduction performances of these six kinds DVAs were also studied. First, six kinds of inerter-spring-damping structures were introduced into the grounded DVA. The dynamic equation was obtained and the normalized amplitude amplification factor was established through the normalization procedure. Then, a numerical searching optimization process was built. The analytical result of the classic grounded DVA was used to compare with the numerical one, which verified the correctness and rationality of the numerical process. Finally, based on the numerical process, the parameters of these six types of DVAs with inerter were optimized and their optimal numerical solutions were obtained. Comparing with traditional DVAs under harmonic excitation and random excitation, it is found that the introduction of inerter-spring-damper structure into DVA with a suitable combination has a better performance. It has certain guiding significance for the design and modification of new DVAs.

Key words: vibration control; dynamic vibration absorber; inerter; parameters optimization

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net