

# 考虑细观桩侧摩阻效应的桥梁桩基水平受荷响应分析

李辉<sup>1</sup>, 林智勇<sup>2</sup>

(1. 川藏铁路有限公司, 西藏 林芝 860025; 2. 福建工程学院 土木工程学院, 福建 福州 350108)

**摘要:**桥梁桩基除了要承受竖向荷载之外, 往往也要承担很多水平荷载。对水平受荷桩基的桩侧摩阻效应进行细观分析, 提出了考虑桩侧摩阻效应的桩身挠曲线微分方程, 再结合  $p-y$  曲线法对桩基水平受荷响应进行求解分析, 并用计算结果与试验数据对比, 证明了方法的可靠性。基于提出的方法, 探究了桩土界面摩擦角以及桩基尺寸效应对水平受荷桩土体系的影响。研究结果表明, 桩侧摩阻对桩土体系有加强作用, 桩侧摩阻效应影响下桩顶位移和桩身最大弯矩的折减比随桩土界面摩擦角的增大而减小, 也随桩径的增大而显著减小。所得结论对今后桥梁桩基工程具有重要的参考价值。

**关键词:**水平受荷桩; 桩侧摩阻;  $p-y$  曲线; 有限差分法; 桩基尺寸效应

**中图分类号:** U451.4 **文献标志码:** A **文章编号:** 2095-0373(2023)01-0014-06

## 0 引言

随着经济和交通工程建设的快速发展, 越来越多的桥梁桩基被运用于工程中。桥梁桩基往往不仅要承受上部桥梁的竖向荷载, 还需要承担高速车辆、风、水流、地震等引起的水平荷载, 因此, 桩基水平受荷响应的研究也引起了许多学者和研究人员的关注<sup>[1-5]</sup>。

赵明华等<sup>[6]</sup>基于桩土共同工作理论推导出水平荷载作用下桩侧土体内的位移与应力径向分布的弹性解析解, 提出了一种新的水平受荷桩有限层计算程序; 吴锋等<sup>[7]</sup>基于试验数据给出了水平受荷桩的“ $m$ ”值与桩身位移的经验关系式, 提出了非线性“ $m$ ”法; 常林越等<sup>[8]</sup>基于线弹性地基“ $m$ ”法和桩侧土体简化的弹塑性本构关系, 给出水平受荷半无限长桩控制方程的基本解, 推导不同工况下桩身最大挠度和最大弯矩与荷载关系的统一量纲的解析表达式; 刘红军等<sup>[9]</sup>针对水平受荷桩的  $p-y$  曲线分析方法, 构建了数学规划求解方法; 朱斌等<sup>[10]</sup>通过离心试验得出了砂土中的大直径钢管桩的静载和循环加载  $p-y$  曲线。

对于水平受荷桩的分析, 以下挠曲微分方程是桩基响应的基本控制方程<sup>[3]</sup>

$$EI \frac{d^4 y}{dz^4} + p = 0 \quad (1)$$

该方程并未考虑桩侧摩阻效应的影响。在工程中求解该方程最常用的是“ $m$ ”法, 但“ $m$ ”法无法考虑桩周土体的非线性变形特点<sup>[11-13]</sup>。

考虑细观的桩侧摩阻效应并对桩身挠曲微分方程进行改进, 再结合可以考虑桩周土体非线性变形的  $p-y$  曲线法对水平受荷桩的响应进行求解分析, 并分析桩土界面摩擦角以及桩的尺寸效应对桩土体系的影响, 为今后的桥梁桩基工程提供重要的参考价值。

## 1 考虑桩侧摩阻的水平受荷桩分析方法

### 1.1 计算模型及基本假设

水平受荷桩可以看作是在土体中垂直放置的弹性地基梁, 根据 Winkler 弹性地基梁的假设, 水平受荷

收稿日期: 2022-10-22 责任编辑: 车轩玉 DOI: 10.13319/j.cnki.sjztdxxbzb.20220321

基金项目: 国家自然科学基金(51809247)

作者简介: 李辉(1978—), 男, 高级工程师, 研究方向为隧道工程研究工作。E-mail: meijanzaye0619@163.com

李辉, 林智勇. 考虑细观桩侧摩阻效应的桥梁桩基水平受荷响应分析[J]. 石家庄铁道大学学报(自然科学版), 2023, 36(1): 14-19.

桩的计算模型如图 1 所示。

基于此计算模型,提出以下基本假设:

- (1)研究的水平受荷桩为柔性圆桩;
- (2)桩身材料为均质弹性,桩截面保持不变;
- (3)桩周土体弹簧为非线弹性,其特征可用非线性  $p-y$  曲线表示;

(4)由于柔性桩桩身位移第一零点以上为主要承载部分,第一零点以下位移较小,故仅考虑第一零点以上的桩侧摩擦效应。

### 1.2 考虑桩侧摩阻效应的控制方程

将桩身分若干桩单元,则某个桩单元的受力情况如图 2 所示。

图 2 中  $Q、M$  分别为单元截面上的剪力和弯矩; $p$  为桩侧的土反力; $f$  为沿桩身的竖向摩擦力; $N_f、dM_f$  分别为摩擦力引起的附加轴力和附加力矩。

根据桩单元水平方向、垂直方向的静力平衡以及对于桩单元底面中点的力矩平衡可得

$$dQ = p dz \tag{2}$$

$$dN_f + f dz = 0 \tag{3}$$

$$dM + dM_f + Q dz + p dz \frac{dz}{2} = N_f dy \tag{4}$$

略去式(4)的高阶微分项再对深度  $z$  求二阶导数可得

$$\frac{d^2 M}{dz^2} + \frac{d^2 M_f}{dz^2} + \frac{dQ}{dz} = \frac{dN_f}{dz} \frac{dy}{dz} + N_f \frac{d^2 y}{dz^2} \tag{5}$$

根据材料力学,对于受弯的梁有

$$M = EI \frac{d^2 y}{dz^2} \tag{6}$$

式中, $EI$  为桩的抗弯刚度。

将式(2)、式(3)、式(6)带入式(5)可得

$$EI \frac{d^4 y}{dz^4} + \frac{d^2 M_f}{dz^2} + p + f \frac{dy}{dz} - N_f \frac{d^2 y}{dz^2} = 0 \tag{7}$$

若不考虑桩身竖向摩擦力  $f$ ,控制方程式(7)即退化为传统的控制方程式(1)。

### 1.3 桩侧摩阻效应的细观分析

桩土相互作用是一个复杂的三维问题,桩侧土抗力以及纵向摩擦力细观分布如图 3 所示。

图 3 中  $\sigma_N$  为桩侧的径向分布应力; $\sigma_{max}$  为最大径向应力; $\tau_v$  为纵向桩侧分布摩阻力; $\tau_h$  为桩侧横向分布摩阻力。

李洪江等<sup>[14]</sup>和 Zhang et al<sup>[15]</sup>通过拟合 Prasad et al<sup>[16]</sup>的试验数据给出了桩侧径向分布应力的分布规律

$$\sigma_N = \sigma_{max} \left( 1 - \frac{\sin^2 \theta + \sin^4 \theta}{2} \right) \tag{8}$$

桩侧摩阻力和径向应力又有以下关系

$$\tau_h = \tan \delta \sigma_N \sin \theta \tag{9}$$

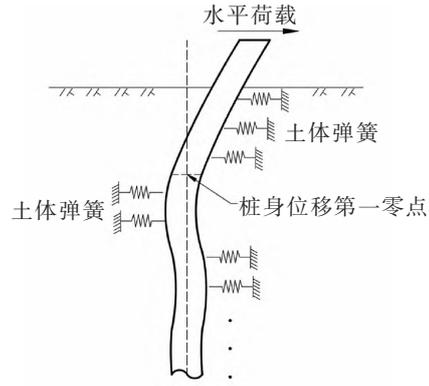


图 1 水平受荷桩计算模型

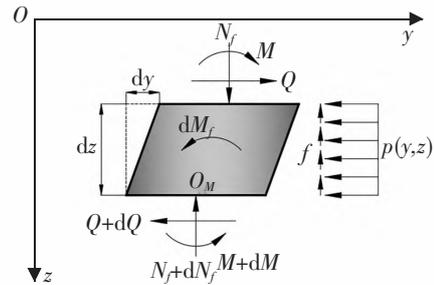


图 2 桩身单元体受力分析

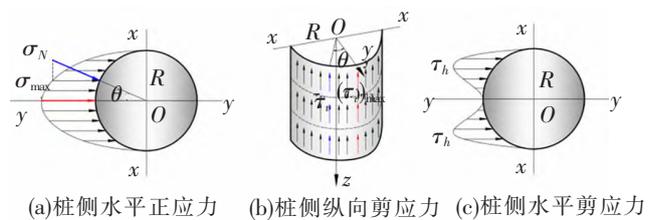


图 3 桩土相互作用三维化分析

$$\tau_v = \tan \delta \sigma_N \quad (10)$$

式中,  $\delta$  为桩土界面摩擦角, 与桩的类型和土体内摩擦角有关, Kulhawy<sup>[17]</sup> 认为对于光滑的管桩  $\delta = (0.5 \sim 0.7)\varphi$ , 对于粗糙的混凝土桩  $\delta = 1.0\varphi$ 。

基于图 3 中的分析, 那么桩侧水平的土抗力  $p$  可表示为

$$p = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sigma_N \cos \theta R d\theta + 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \tau_h R d\theta \quad (11)$$

桩侧纵向摩阻力  $f$  可表示为

$$f = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \tau_v R d\theta \quad (12)$$

摩擦产生的附加力矩  $dM_f$  可表示为

$$dM_f = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\tau_v R d\theta dz) R \cos \theta \quad (13)$$

摩擦产生的附加轴力可表示为

$$N_f = - \int_0^z f dz \quad (14)$$

将式(8)、式(9)代入式(11)可得

$$p = 2R\sigma_{\max} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(1 - \frac{\sin^2 \theta + \sin^4 \theta}{2}\right) (\cos \theta + \sin \theta) d\theta = \frac{17}{15} D\sigma_{\max} \quad (15)$$

将式(8)、式(10)代入式(12)可得

$$f = \frac{9\pi}{32} D \tan \delta \sigma_{\max} = \frac{135\pi}{544} p = 0.78p \quad (16)$$

将式(8)、式(10)代入式(13)可得

$$dM_f = \frac{11}{30} D^2 \tan \delta \sigma_{\max} dz = \frac{11D}{34} \tan \delta p dz = 0.32D \tan \delta p dz \quad (17)$$

将式(16)代入式(14)可得

$$N_f = - \int_0^z \frac{9\pi}{32} D \tan \delta \sigma_{\max} dz = -0.78 \tan \delta \int_0^z p dz \quad (18)$$

将式(16)、式(17)、式(18)带入式(7)可得

$$EI \frac{d^4 y}{dz^4} + 0.32D \tan \delta \frac{dp}{dz} + p + 0.78 \tan \delta p \frac{dy}{dz} + \left(0.78 \tan \delta \int_0^z p dz\right) \frac{d^2 y}{dz^2} = 0 \quad (19)$$

#### 1.4 求解方法

此时微分方程(19)中只有 2 个关于  $z$  的函数  $y(z)$  和  $p(z)$ , 要求解该方程, 还需建立  $y(z)$  和  $p(z)$  的联系。目前最常用的方法是  $p$ - $y$  曲线法, 即假设某个深度处的桩周土抗力  $p$  与桩身位移  $y$  满足某种非线性关系, 见图 4。Georgiadis et al<sup>[18]</sup> 提出了一种双曲线型  $p$ - $y$  曲线

$$p = \frac{y}{\frac{1}{k_i} + \frac{y}{p_u}} \quad (20)$$

式中,  $k_i$  为初始刚度;  $p_u$  为桩周极限土抗力。

Zhang<sup>[19]</sup> 提出桩周极限土抗力为

$$p_u = (\eta K_p^2 \gamma z + \xi K_0 \gamma z \tan \delta) D \quad (21)$$

式中,  $\eta, \xi$  为经验系数, 分别取 0.8 和 1;  $K_p, K_0$  分别为朗肯被动土压力系数和静止土压力系数;  $\gamma$  为土体重度;  $z$  为深度;  $D$  为桩径。没有试验数据时初始刚度  $k_i$  可按文献[20]进行取值。

建立了桩周土抗力  $p$  与桩身位移  $y$  的关系后, 即可运用 Matlab 软件编写有限差分程序迭代求解桩身挠曲微分方程,

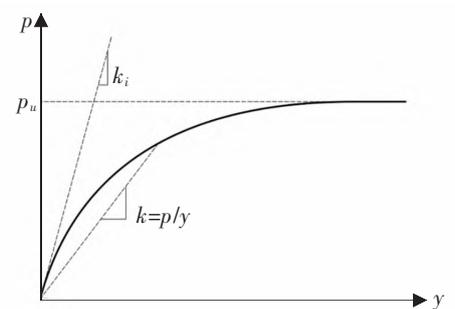


图 4 双曲线型  $p$ - $y$  曲线

得到水平受荷桩的响应参数。具体的迭代方法可参照文献[21]。

## 2 实例验证

朱斌等<sup>[10]</sup>开展了砂土中大直径长桩的水平受荷离心试验,桩型为钢管桩,其中一组试验加载位置为地面以上  $2.7D$  处,桩和土体的主要参数见表 1。

表 1 试验参数

桩埋深/m	桩径/m	桩抗弯刚度/( $\text{kN} \cdot \text{m}^2$ )	土体重度/( $\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$ )	土体内摩擦角/( $^\circ$ )
50	2.5	$5.67 \times 10^7$	14.9	39

图 5 给出了本文计算的桩顶位移荷载曲线和实测值的比较。从图 5 可以看到,当不考虑桩侧摩阻力的影响时( $\delta=0$ ),计算值较实测值明显偏大,且当荷载增大时偏差也增大,在  $7\,500\text{ kN}$  荷载处误差达到约 10%。当采用本文方法考虑桩侧摩阻力的影响时,计算值更接近实测值,当根据 Kulhawy<sup>[17]</sup> 的建议取平均值  $\delta=0.6\varphi$  时,计算值与实测值对比效果良好,取  $\delta=1.0\varphi$  时,计算值较实测值略偏小。

图 6 给出了本文计算的桩身弯矩分布曲线和实测值的比较。与图 5 的结果类似,当不考虑桩侧摩阻力的影响时( $\delta=0$ ),计算值较实测值偏大;当取  $\delta=0.6\varphi$  时,计算值与实测值对比效果良好;当取  $\delta=1.0\varphi$  时,计算值较实测值略偏小。但总体来说桩顶位移受桩侧摩阻的影响较桩身最大弯矩更敏感。

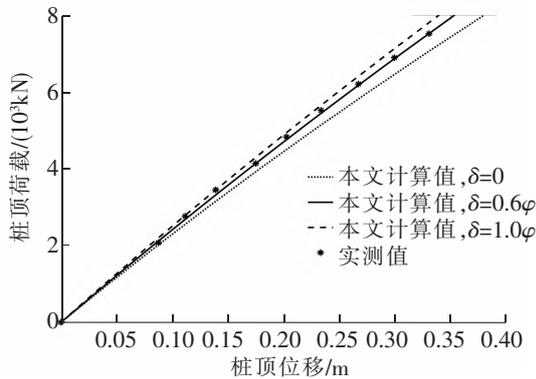


图 5 桩顶位移荷载曲线

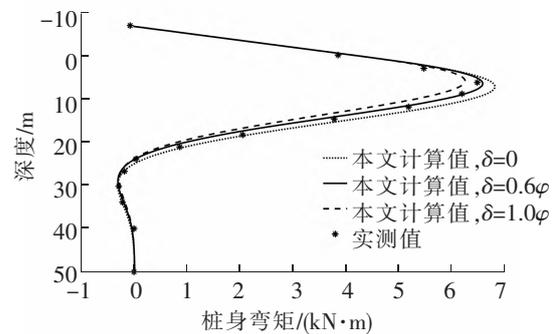


图 6 桩身弯矩分布曲线

## 3 参数分析

基于朱斌等<sup>[10]</sup>的离心试验,结合本文方法分析桩侧摩阻对桩基水平受荷响应特性的影响。

### 3.1 桩土界面摩擦角 $\delta$

图 7、图 8、图 9 给出了水平荷载  $15\,000\text{ kN}$  下桩侧纵向摩阻力  $f$ 、桩侧附加力矩  $dM_f$ 、桩身附加轴力  $N_f$  随深度分布曲线。可以看到当考虑桩侧摩擦时,桩侧纵向摩阻力  $f$  和桩侧附加力矩  $dM_f$  都是呈上下小中间大的“括号型”分布,这是因为桩身位移第一零点以上的桩侧土抗力也是呈“括号型”分布;桩身附加轴力  $N_f$  则随着深度增加逐渐增大,这是因为桩身附加轴力由累积的桩侧摩擦形成,深度越深累积的桩侧摩擦越大,桩身附加轴力也越大。此外,随着桩土界面摩擦角的增大,桩侧纵向摩阻力  $f$ 、桩侧附加力矩  $dM_f$ 、桩身附加轴力  $N_f$  均增大,且增大的幅度也越来越大。由图 9 可以看到当  $\delta$  由  $0$  增大到  $10^\circ$  时,桩身最大附加轴力增大了约  $6.5 \times 10^3\text{ kN}$ ;而当  $\delta$  由  $30^\circ$  增大到  $40^\circ$  时,桩身最大附加轴力增大了约  $9 \times 10^3\text{ kN}$ 。

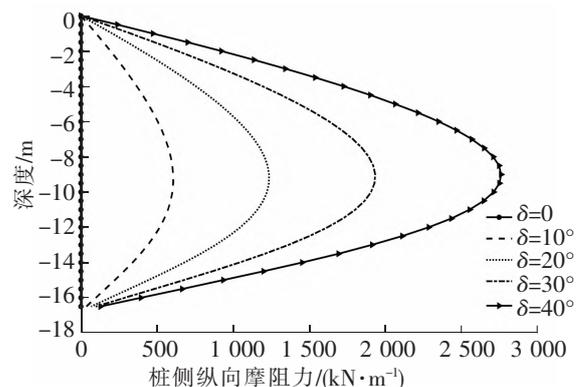


图 7 桩侧纵向摩阻力分布曲线

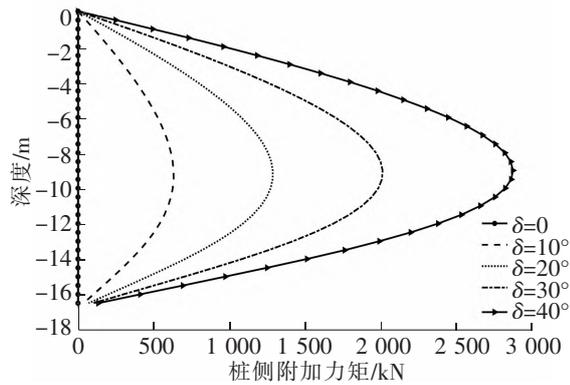


图 8 桩侧附加力矩分布曲线

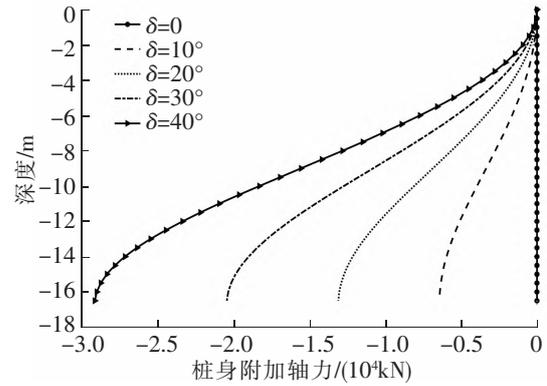


图 9 桩身附加轴力分布曲线

### 3.2 桩基尺寸效应

从式(19)可以看出,桩侧摩阻效应会受到桩径的影响,这也是桩基尺寸效应产生的原因之一。定义考虑桩侧摩阻效应的桩顶位移与不考虑桩侧摩阻效应的桩顶位移之比为桩顶位移折减比,考虑桩侧摩阻效应的桩身最大弯矩与不考虑桩侧摩阻效应的桩身最大弯矩之比为桩身最大弯矩折减比,图 10、图 11 给出了水平荷载 20 000 kN 下不同桩径对折减比的影响,以分析桩基尺寸效应对水平受荷桩土体系的影响。从图 10、图 11 可以看出,随着桩土界面摩擦角的增大,桩顶位移和桩身最大弯矩的折减比近似线性减小,且桩顶位移折减比减小的幅度较桩身最大弯矩折减比更大,即桩顶位移较桩身最大弯矩对桩侧摩阻效应的影响更敏感。此外,当桩径增大时,桩顶位移和桩身最大弯矩的折减比也明显减小,当桩径为 5 m、桩土界面摩擦角为  $39^\circ$  时,桩顶位移和桩身最大弯矩的折减比分别达到了 84% 和 88%,可见对于大直径桩基桩侧摩阻效应对桩土体系的影响很重要。

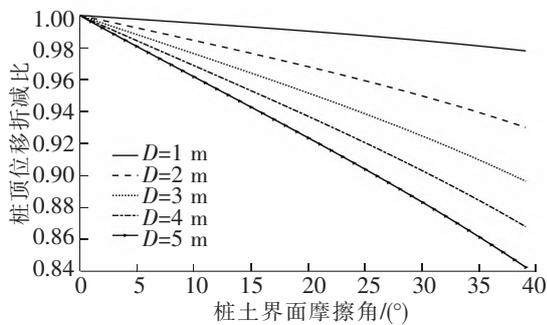


图 10 不同桩径下桩土界面摩擦角对桩顶位移折减比的影响

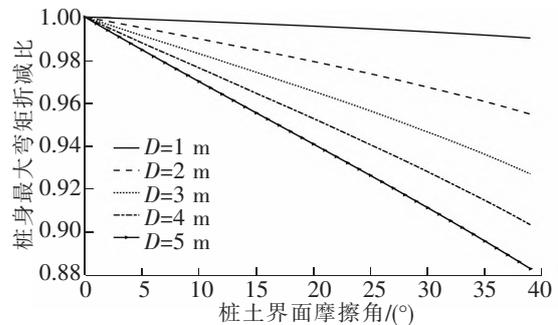


图 11 不同桩径下桩土界面摩擦角对桩身最大弯矩折减比的影响

## 4 结论

对水平受荷桩基的桩侧摩阻效应进行细观分析,提出了考虑桩侧摩阻效应的桩身挠曲线微分方程,再结合  $p-y$  曲线法对桩基水平受荷响应进行求解分析,探究桩土界面摩擦角以及桩基尺寸效应对水平受荷桩土体系的影响,可得到以下结论:

- (1) 桩侧摩阻对桩土体系有加强作用,若不考虑桩侧摩阻的影响,计算得出的桩顶位移、桩身最大弯矩等结果往往较实际值偏大。
- (2) 随着桩土界面摩擦角的增大,桩侧摩阻效应显著增强,桩侧摩阻力、摩阻产生的附加力矩、附加轴力都显著增大,且增大的幅度也越来越大。
- (3) 桩侧摩阻效应影响下桩顶位移和桩身最大弯矩的折减比随桩土界面摩擦角的增大而减小,也随桩径的增大而显著减小,这体现了桩基的尺寸效应。

## 参 考 文 献

- [1] 赵明华,汪优,黄靓. 水平受荷桩的非线性无网格法分析[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(6): 907-912.

- [2]张玲,赵明华,赵衡. 双层地基水平受荷桩受力变形分析[J]. 岩土力学,2011,32(S2):302-305.
- [3]王国粹,杨敏. 砂土中水平受荷桩非线性分析[J]. 岩土力学,2011,32(S2):261-267.
- [4]杨明辉,冯超博,赵明华,等. 考虑坡度效应的水平受荷桩应变楔计算方法[J]. 岩土力学,2018,39(4):1271-1280.
- [5]赵海鹏,黎学优,万建宏,等. 基于高性能有限单元法的多层地基水平受荷桩受力分析[J]. 岩土力学,2021,42(7):1995-2003.
- [6]赵明华,邹新军,罗松南. 水平荷载下桩侧土体位移分布的弹性解及其工程应用[J]. 土木工程学报,2005,38(10):112-116.
- [7]吴锋,时蓓玲,卓杨. 水平受荷桩非线性  $m$  法研究[J]. 岩土工程学报,2009,31(9):1398-1401.
- [8]常林越,王金昌,朱向荣,等. 水平受荷长桩弹塑性解析计算[J]. 浙江大学学报(工学版),2010,44(10):2029-2035.
- [9]刘红军,上官士青,王虎. 水平受荷桩  $p$ - $y$  曲线法的数学规划法求解[J]. 工程力学,2014,31(4):225-231.
- [10]朱斌,熊根,刘晋超,等. 砂土中大直径单桩水平受荷离心模型试验[J]. 岩土工程学报,2013,35(10):1807-1815.
- [11]邓涛,林聪煜,柳志鹏,等. 大位移条件下水平受荷单桩的简明弹塑性计算方法[J]. 岩土力学,2020,41(1):95-102.
- [12]刘静.  $m$  法计算斜坡桩水平承载力的适用性研究[D]. 长沙:中南林业科技大学,2019.
- [13]魏丽敏,张超凡,翟顺,等. 考虑  $m$  弱化效应的水平循环受荷桩分析[J]. 中南大学学报(自然科学版),2018,49(9):2272-2279.
- [14]李洪江,刘松玉,童立元,等. 小变形下考虑摩擦效应的桩基水平承载分析方法[J]. 岩石力学与工程学报,2018,37(1):230-238.
- [15]Zhang Xiaoling, Xue Junyuan, Xu Chengshun, et al. An analysis method for lateral capacity of pile foundation under existing vertical loads[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering,2021,142: 1-13.
- [16]Prasad Y V S N, Chari T R. Lateral capacity of model rigid piles in cohesionless soils[J]. Soils and Foundations, 1999,39(2):21-29.
- [17]Kulhawy F H. Drilled shaft foundations[M]. US:Springer US, 1991.
- [18]Georgiadis M C, Anagnostopoulos S S. Centrifugal testing of laterally loaded piles in sand[J]. Canadian Geotechnical Journal,1992,29(2):208-216.
- [19]Zhang L. Nonlinear analysis of laterally loaded rigid piles in cohesionless soil[J]. Computers and Geotechnics, 2009, 36(5):718-724.
- [20]Terzaghi K. Evaluation of coefficient of subgrade reaction[J]. Geotechnique, 1955(5):297-326.
- [21]尤汉强,杨敏,孙庆. 对侧向受荷桩有限差分解法的改进研究[J]. 结构工程师,2009,25(4):114-118.

## Analysis for Laterally Loaded Response of Bridge Pile Foundations Considering Mesoscopic Pile Side Friction

Li Hui<sup>1</sup>, Lin Zhiyong<sup>2</sup>

(1. Sichuan-Tibet Railway Co. Ltd., Linzhi 860025, China;

2. School of Civil Engineering, Fujian Institute of Engineering, Fuzhou 350108, China)

**Abstract:** In addition to the vertical load, the bridge pile foundations often bear a lot of horizontal loads. In this paper, the pile side friction effect of horizontally loaded pile foundation was analyzed, and the deflection differential equation of pile considering the pile side friction effect was put forward, and then the horizontal load response of pile foundation was solved and analyzed with the  $p$ - $y$  curve method. The reliability of the proposed method was proved by comparing the calculation results with the experimental data. Based on the proposed method, this article explored the influence of the pile-soil interface friction angle and pile size effect on the pile-soil system. The results show that the pile side friction of pile-soil system has strengthening effect, and the reduction ratio of the pile-head displacement and the maximum bending moment under the influence of pile side friction effect decreases with the increase of pile soil interface friction angle, also along with the increase of pile diameter decreases significantly. The conclusion has important reference value for bridge pile foundation engineering in the future.

**Key words:** laterally loaded pile; pile side friction;  $p$ - $y$  curve; finite difference method; pile diameter effect