

基于有限元和数据重构的连续梁移动荷载识别研究

胡 烁¹, 任剑莹^{1,2}, 张 宇^{1,2}, 李俊良³

(1. 石家庄铁道大学 工程力学系, 河北 石家庄 050043;

2. 石家庄铁道大学 省部共建交通结构力学行为与系统安全国家重点实验室, 河北 石家庄 050043;

3. 石家庄铁道大学 工程训练中心, 河北 石家庄 050043)

摘要:以公路桥梁中常见的连续梁为研究对象,提出了一种基于有限元和数据重构的移动荷载识别方法。采用有限元方法和 Newmark 方法编写连续梁在移动荷载作用下动力响应的计算程序,获得桥梁的位移响应;由切比雪夫多项式重构位移响应;由 Newmark 方法重构桥梁的速度和加速度响应;通过重构的数据采用正则化技术进行移动荷载识别。研究了荷载移动速度、荷载大小和桥梁跨数对移动荷载识别结果的影响。

关键词:荷载识别;连续梁;数据重构;有限元;切比雪夫多项式;Newmark

中图分类号: U441⁺.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 2095-0373(2022)01-0007-07

0 引言

移动车辆荷载的准确识别是桥梁结构健康监测与安全评估的重要内容,也是发现超载车辆的重要方法,对保障公路桥梁的安全运营具有重要的意义。O'Connor et al^[1]提出了可以得到荷载时间历程的识别方法——解析法 I;Law et al^[2]在时域内采用卷积方法对移动荷载进行了识别;Chan et al^[3]使用了梁的欧拉方程模拟桥面,进而对移动荷载进行识别;卜建清等^[4]采用广义正交函数对桥梁应变进行拟合,利用正则化技术得到识别结果;赵煜等^[5]基于反向传播神经网络方法,分析了输入参数对荷载识别精度的影响。移动荷载识别主要是通过模态叠加法^[2, 3, 6, 7]或有限元法^[1, 8-10],得到系统的振动方程,采用不同的逆求解方法,识别出移动荷载。连续梁桥^[11]的移动荷载识别大多采用模态叠加法,而采用有限元法进行移动荷载识别的研究相对较少,因此,本文采用有限元法对连续梁桥进行移动荷载识别研究,并分析荷载移动速度、切比雪夫多项式项数、荷载大小和连续梁跨数等对移动荷载识别结果的影响。

1 连续梁在移动荷载作用下的动力响应

图1所示为2个间距不变的移动力 $P_1(t)$ 和 $P_2(t)$,从左向右以速度 v 在一座两跨连续梁上匀速移动时,连续梁计算模型示意图。 L 为桥梁总长, $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$ 分别表示 $P_1(t)$ 、 $P_2(t)$ 的作用位置, a 为 $P_1(t)$ 和 $P_2(t)$ 的间距。桥梁为等截面直梁(不考虑轴向变形的影响),将桥梁离散为 m 个单元,共有 $m+1$ 个节点。

图2为将作用在第 j 个梁单元上任意位置的荷载,等效为节点荷载的模型。 l 为单元长度, x 为荷载位置,关

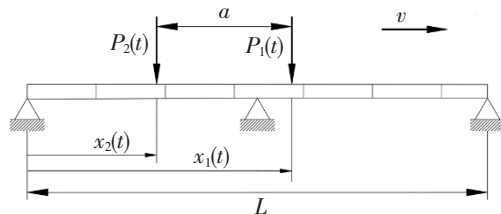


图1 两跨连续梁计算模型

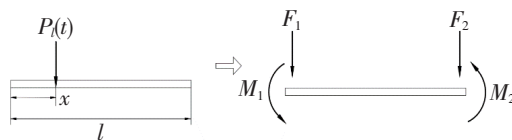


图2 等效节点荷载模型

收稿日期:2022-01-07 责任编辑:车轩玉 DOI:10.13319/j.cnki.sjztdxxbzb.20220003

基金项目:国家自然科学基金(11972238,11902206,11872255);石家庄铁道大学研究生创新资助项目(YC2021078);河北省高等学校科学技术研究青年基金(QN2018108)

作者简介:胡烁(1996—),男,硕士研究生,研究方向为移动荷载识别。E-mail:549968430@qq.com

胡烁,任剑莹,张宇,等.基于有限元和数据重构的连续梁移动荷载识别研究[J].石家庄铁道大学学报(自然科学版),2022,35(1):7-12,91.

系式

$$\{F_1 \quad M_1 \quad F_2 \quad M_2\}^T = H_j P_l(t) \quad (1)$$

式中, $P_l(t)$ ($l=1,2$) 为移动荷载; l 为连单元的长度; F_1 、 M_1 、 F_2 和 M_2 为等效节点荷载; H_j 为第 j 个梁单元的形函数, 表示为

$$H_j = \left\{ 1 - 3\left(\frac{x}{l}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{l}\right)^3 \quad x\left(\frac{x}{l} - 1\right)^2 \quad 3\left(\frac{x}{l}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{l}\right)^3 \quad x\left(\frac{x}{l}\right)^2 - \frac{x^2}{l} \right\}^T \quad (2)$$

桥梁的运动方程表示为

$$\mathbf{M}_b \ddot{\mathbf{R}} + \mathbf{C}_b \dot{\mathbf{R}} + \mathbf{K}_b \mathbf{R} = \mathbf{H}_c \mathbf{P}_{\text{int}} \quad (3)$$

式中, $\mathbf{M}_b$ 、 $\mathbf{C}_b$ 和 $\mathbf{K}_b$ 分别为桥梁的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; $\mathbf{H}_c$ 为表示移动荷载位置的矩阵, $\mathbf{H}_c = \begin{Bmatrix} 0 & \cdots & 0 & \cdots & H_1 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & H_2 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \end{Bmatrix}^T$, H_1 、 H_2 可由式(2)求得; $\mathbf{P}_{\text{int}}$ 为移动荷载向量, $\mathbf{P}_{\text{int}} = \begin{Bmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \end{Bmatrix}$; $\ddot{\mathbf{R}}$ 、 $\dot{\mathbf{R}}$ 和 $\mathbf{R}$ 分别为桥梁的各节点的加速度列向量、速度列向量和位移列向量。

最后, 采用 Newmark 直接积分法求解式(3)得到桥梁的位移响应。

对于复杂连续梁桥在移动车辆荷载作用下的动力响应^[12-13]计算, 也可以采用有限元软件建模计算。为了便于分析, 基于上述有限元理论, 编制了连续梁在 2 个移动荷载 $P_1(t)$ 、 $P_2(t)$ 作用下动力响应的计算程序。

2 移动荷载识别方法

由于在实际工程应用中, 同时测量位移、速度和加速度响应, 费时费力, 且误差较大, 因此仅采用位移响应来进行移动荷载的识别。

基于式(3)计算或测得桥梁位移响应, 采用切比雪夫多项式^[14]拟合位移响应函数和曲线

$$\mathbf{R} = \sum_{i=1}^{N_f} T_i(t) C_i(x) = \mathbf{R}_1 \quad (4)$$

式中, $T_i(t)$ 为切比雪夫正交多项式; N_f 为切比雪夫正交多项式的项数, 需小于位移响应的数据量; $C_i(x)$ 为展开式中的系数; $\mathbf{R}_1$ 为拟合后的桥梁位移响应。

将由切比雪夫多项式拟合得到的位移数据代入到 Newmark 方法^[15]中计算重构速度 $\dot{\mathbf{R}}_1$ 和加速度 $\ddot{\mathbf{R}}_1$ 响应

$$\{\dot{\mathbf{R}}_1\}_{t+\Delta t} = \{\dot{\mathbf{R}}_1\}_t + \Delta t(1+\alpha)\{\ddot{\mathbf{R}}_1\}_t \Delta t \alpha \{\ddot{\mathbf{R}}_1\}_{t+\Delta t} \quad (5)$$

$$\{\ddot{\mathbf{R}}_1\}_{t+\Delta t} = \frac{1}{\beta \Delta t^2} (\{\mathbf{R}_1\}_{t+\Delta t} - \{\mathbf{R}_1\}_t) - \frac{1}{\beta \Delta t} \{\dot{\mathbf{R}}_1\}_t - \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right) \{\ddot{\mathbf{R}}_1\}_t \quad (6)$$

式中, $\mathbf{R}_1$ 、 $\dot{\mathbf{R}}_1$ 和 $\ddot{\mathbf{R}}_1$ 分别为重构后的位移、速度和加速度响应; Δt 为时间步长; α 、 β 为系统参数, 决定了初始位移对速度和加速度变化的影响。

$$\mathbf{M}_b \ddot{\mathbf{R}}_1 + \mathbf{C}_b \dot{\mathbf{R}}_1 + \mathbf{K}_b \mathbf{R}_1 = \mathbf{H}_c \mathbf{P}_{\text{识别}} \quad (7)$$

式中, $\mathbf{P}_{\text{识别}}$ 为识别荷载向量, $\mathbf{P}_{\text{识别}} = \begin{Bmatrix} P_{i1} \\ P_{i2} \end{Bmatrix}$ 。

将重构后的位移 $\mathbf{R}_1$ 、速度响应 $\dot{\mathbf{R}}_1$ 和加速度响应 $\ddot{\mathbf{R}}_1$ 代入式(7)中得到等效节点荷载

$$\mathbf{U} = \mathbf{H}_c \mathbf{P}_{\text{识别}} \quad (8)$$

令: 惯性力 $\mathbf{U}_M = \mathbf{M}_b \ddot{\mathbf{R}}_1$ 、阻尼力 $\mathbf{U}_C = \mathbf{C}_b \dot{\mathbf{R}}_1$ 、弹性力 $\mathbf{U}_K = \mathbf{K}_b \mathbf{R}_1$, 式(7)可以写为

$$\mathbf{U} = \mathbf{M}_b \ddot{\mathbf{R}}_1 + \mathbf{C}_b \dot{\mathbf{R}}_1 + \mathbf{K}_b \mathbf{R}_1 = \mathbf{U}_M + \mathbf{U}_C + \mathbf{U}_K \quad (9)$$

为了求解式(9), 引入 Tikhonov 泛函

$$F_\delta(x) = \|\mathbf{H}_c \mathbf{P}_{\text{识别}} - \mathbf{U}\|^2 + \lambda \|\mathbf{P}_{\text{识别}}\|^2 \quad (10)$$

由 L -曲线方法和广义交叉检验^[8]可以确定参数 λ 。

采用最小二乘法求解式(10)得到移动荷载

$$\mathbf{P}_{\text{识别}} = (\mathbf{H}_c^T \mathbf{H}_c + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}_c^T \mathbf{U} \quad (11)$$

式中, $\mathbf{I}$ 为单位矩阵。

3 数值模拟

3.1 桥梁动力响应

以河北省境内跨冶河的某连续梁桥为例进行数值模拟计算。其中,桥梁参数见表 1。

表 1 连续梁桥参数

跨数	单跨长度/m	弹性模量 E/MPa	转动惯量 I/m^4	横截面面积 A/m^2	密度 $\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	移动荷载间距 a/m
2	35	4.29×10^4	2.71	6.706	2 500	4.27

移动荷载采用文献[8]中的 2 个间距不变的时变集中力

$$\mathbf{P}_{\text{int}} = \begin{cases} 6\,268(1+0.1\sin(10\pi t)+0.05\sin(40\pi t)) \\ 12\,332(1-0.1\sin(10\pi t)+0.05\sin(50\pi t)) \end{cases} \quad (12)$$

根据式(11)计算得到识别结果,计算荷载识别的相对误差(relative percentage error,简称 RPE)

$$\text{RPE} = \frac{\|\mathbf{P}_{\text{识别}} - \mathbf{P}_{\text{int}}\|}{\|\mathbf{P}_{\text{int}}\|} \times 100\% \quad (13)$$

式中, $\|\cdot\|$ 为矩阵范数; $\mathbf{P}_{\text{识别}}$ 为识别结果。

当 $\mathbf{P}_{\text{int}}$ 以 15 m/s 的速度在连续梁上移动时,计算得到该两跨连续梁各节点的位移响应,图 3(a)为第一跨(图 1 中左边跨为第一跨)跨中的竖向位移时程曲线计算值和采用切比雪夫多项式拟合重构数据的对比图,图 3(b)、图 3(c)分别为第一跨跨中速度和加速度的计算值和采用 Newmark 方法得到的重构数据的对比图。计算相对误差(RPE)

$$\text{RPE} = \frac{\|\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}\|}{\|\mathbf{R}\|} \times 100\% \quad (14)$$

式中, $\|\cdot\|$ 为矩阵范数; $\mathbf{R}_1$ 、 $\mathbf{R}$ 分别为重构结果、实际结果。

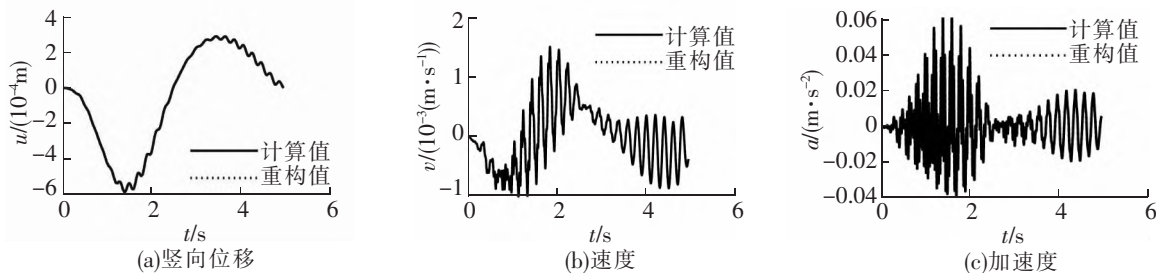


图 3 两跨连续梁第一跨跨中位移、速度、加速度响应计算值与重构值对比图

图 4 为切比雪夫多项式的项数对位移、速度和加速度重构的相对误差的影响情况。

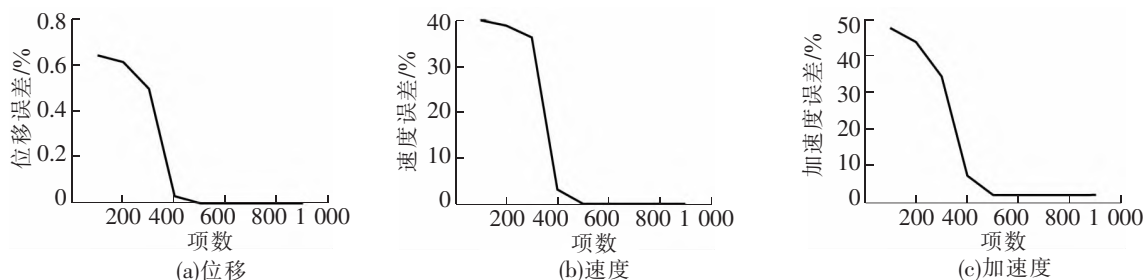


图 4 多项式项数对两跨连续梁第一跨跨中位移、速度、加速度拟合误差的影响

由图 3、图 4 可以看出位移、速度、加速度的拟合曲线与计算曲线吻合较好,相对误差都是随着项数的增加而变小,位移的拟合效果最好,相对误差都在 1% 以下。当切比雪夫多项式达到 500 项时,位

移、速度和加速度的拟合误差分别为 0.001 6%、0.095% 和 2.28%，且项数大于 500 后，位移、速度和加速度的拟合误差保持稳定且很小，为了提高计算效率，选择 500 项切比雪夫多项式进行位移响应的拟合。

3.2 荷载识别

位移、速度、加速度重构后，由式(11)进行荷载识别。图 5、图 6 分别为 2 个移动荷载的识别结果 P_{i1} 、 P_{i2} 。

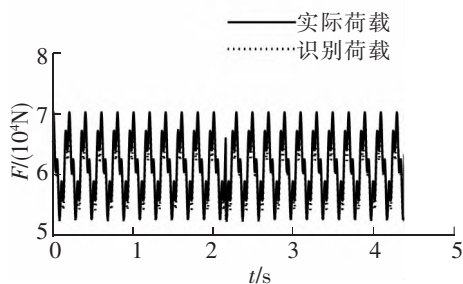


图 5 两跨连续梁识别结果 P_{i1}

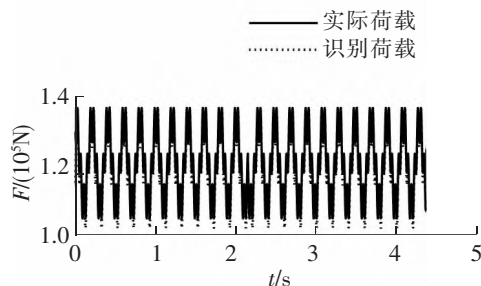


图 6 两跨连续梁识别结果 P_{i2}

由图 5、图 6 可以看出，识别荷载与实际荷载很接近。 P_{i1} 、 P_{i2} 的相对误差分别为 1.94%、5.40%，相对误差都在 10% 以内。

4 荷载识别的影响因素

4.1 位移、速度和加速度对荷载识别结果的影响程度分析

由式(9)可知，荷载识别是通过位移、速度和加速度三者对应的弹性力、阻尼力和惯性力叠加后，进行荷载识别的。下面分析三者对移动荷载识别结果的影响程度。分别将弹性力 U_K 、阻尼力 U_C 和惯性力 U_M 单独代入式(11)中，得到分别仅由弹性力、阻尼力和惯性力识别的移动荷载 P_K 、 P_C 和 P_M 。图 7 为识别荷载与实际荷载对比图。

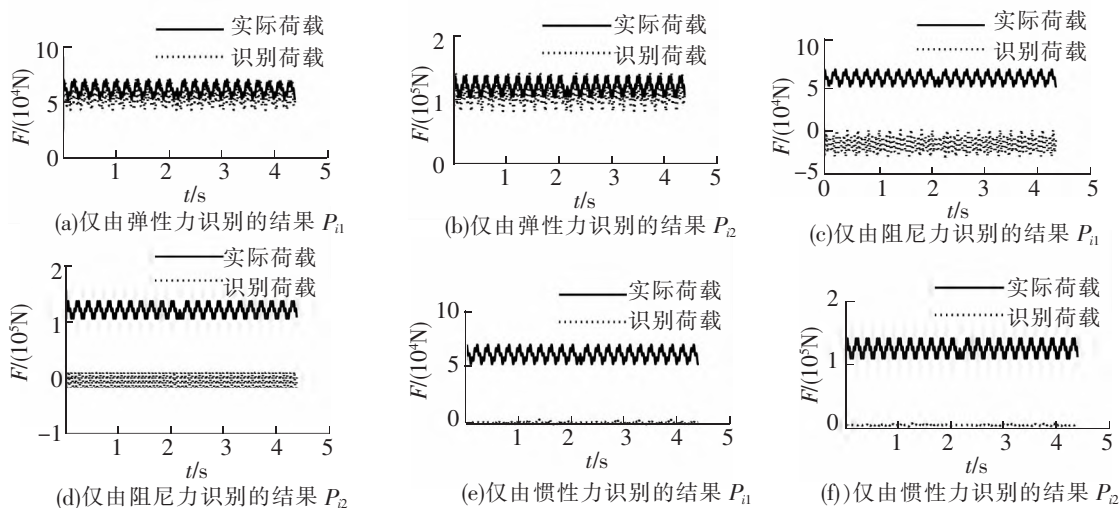


图 7 识别荷载与实际荷载对比图

计算弹性力、阻尼力和惯性力在移动荷载识别中所占的比重 w ，计算结果如表 2 所示。

$$w = \frac{\| \overline{P_{K/C/M}} \|}{\| P_{int} \|} \times 100\% \quad (15)$$

由表 2 可以看出，弹性力对荷载识别结果的影

表 2 弹性力、阻尼力和惯性力在移动荷载识别中所占的比重 w %

力	P_{i1}	P_{i2}
弹性力 U_K	89.95	89.94
阻尼力 U_C	10.09	10.09
惯性力 U_M	-0.04	-0.03

大,约占 90%;其次是阻尼力,占 10%左右;惯性力对荷载识别的影响最小,只有 0.04%左右。实际应用时可以不考虑加速度的影响,以提高荷载识别效率。

4.2 荷载移动速度的影响

荷载分别以 15、20 和 25 m/s 速度移动时,荷载识别结果与图 5、图 6 相似,由于篇幅有限,此处不再赘述。表 3 为不同车速对应的两跨连续梁荷载识别误差。

表 3 两跨连续梁在不同速度下的识别误差

速度/(m·s ⁻¹)	$P_{i1}/\%$	$P_{i2}/\%$
15	1.52	3.72
20	1.58	4.10
25	1.94	5.30

由表 3 可以看出,随着移动荷载速度的增大,荷载识别误差也相应地在增大,同时随车速的增大, P_{i1} 和 P_{i2} 识别误差增长也越来越快, P_{i1} 最大识别误差仅为 1.94%, P_{i2} 最大识别误差仅为 5.30%。

4.3 荷载大小的影响

当移动荷载以 15 m/s 的速度在两跨连续梁上移动时, $P_1(t)$ 和 $P_2(t)$ 在式(16)的 3 个力中选取,表 4 和表 5 中简写为 6 268、12 332 和 15 000。表 4 为不同移动荷载作用下的 P_{i1} 的识别误差,表 5 为不同移动荷载的作用下 P_{i2} 的识别误差。

$$P = \begin{cases} 6\,268(1+0.1\sin(10\pi t)+0.05\sin(40\pi t)) \\ 12\,332(1-0.1\sin(10\pi t)+0.05\sin(50\pi t)) \\ 15\,000(1+0.1\sin(10\pi t)+0.05\sin(40\pi t)) \end{cases} \quad (16)$$

表 4 不同移动荷载的作用下 P_{i1} 的识别误差

P_2	P_1		
	6 268	12 332	15 000
6 268	1.52	1.52	1.52
12 332	1.52	1.52	1.52
15 000	1.53	1.52	1.52

表 5 不同移动荷载的作用下 P_{i2} 的识别误差表

P_2	P_1		
	6 268	12 332	15 000
6 268	1.89	1.00	0.83
12 332	3.72	1.89	1.58
15 000	4.46	2.29	1.89

由表 4 可知, P_{i1} 的识别误差几乎不受 2 个移动荷载大小的改变而改变。由表 5 可以看出,当 $P_1=P_2$ 时, P_{i2} 的识别误差均为 1.89%;当 P_2 不变时, P_{i2} 的识别误差随着 P_1 的增大而减小;当 P_1 不变时, P_{i2} 的识别误差随着 P_2 的增大而增大。只有当 P_1 、 P_2 的组合为(12 332、6 268)和(15 000、6 268)时, P_{i2} 的识别误差小于 P_{i1} 的识别误差;其他荷载组合时, P_{i2} 的识别误差均大于 P_{i1} 的识别误差。因此, P_{i1} 的识别误差稳定, P_{i2} 的识别误差对荷载大小比较敏感,原因可能是由于识别 P_{i2} 的动力响应是 P_2 和 P_1 共同作用时动力响应的叠加,造成 P_{i2} 的识别误差受荷载大小的影响较大。

4.4 连续梁跨数的影响

仍采用表 1 所示的参数,只将跨数分别改为 3、4 时,分析跨数对荷载识别结果的影响情况。表 6 为不同跨数连续梁的荷载识别误差。

表 6 荷载移动速度为 15 m/s 时,不同跨数连续梁的荷载识别误差 %

连续梁	P_{i1}	P_{i2}
两跨连续梁	1.53	3.72
三跨连续梁	1.70	5.11
四跨连续梁	2.11	6.38

由表 6 可知,随着连续梁跨数的增多误差也在增大, P_{i1} 最大识别误差仅为 2.11%, P_{i2} 最大识别误差仅为 6.38%。

5 结论

(1)当切比雪夫多项式的项数达到一定值以上时,位移、速度和加速度响应的重构误差均较小,且趋于稳定,采用重构的动力响应可以准确识别出连续梁上的 2 个移动荷载, P_{i1} 的识别误差小于 P_{i2} 的识别误差。

(2)加速度响应对荷载识别结果的贡献很小,工程实际应用时,可只采用位移和速度响应进行连续梁的移动荷载识别。

(3) P_{i1} 的识别误差几乎不受 2 个移动荷载大小的影响;当 P_1 不变时, P_{i2} 的识别误差随着 P_2 的增大而增大;当 P_2 不变时, P_{i2} 的识别误差随着 P_1 的增大而减小。

(4)移动荷载的识别误差随着荷载移动速度的提高和连续梁跨数的增多而增大。

参 考 文 献

- [1]O'Connor C, Chan T H T. Dynamic wheel loads from bridge strains[J]. Journal of Structural Engineering, 1988,114(8):1703-1723.
- [2]Law S S, Chan T H T, Zeng Q H. Moving force identification: a time domain method [J]. Journal of Sound and Vibration, 1997,201(1):1-22.
- [3]Chan T H T, Law S S, Yung T H, et al. An interpretive method for moving force identification[J]. Journal of Sound and Vibration, 1999,219(3):503-524.
- [4]卜建清, 罗韶湘, 朱信群. 基于广义正交函数和正则化的移动荷载识别法[J]. 振动、测试与诊断, 2005(1):36-39.
- [5]赵煜, 李冉冉, 周勇军, 等. 基于 BP 神经网络的桥梁移动荷载识别精度[J]. 科学技术与工程, 2021,21(15):6446-6453.
- [6]袁向荣, 陈思利, 杨绍普. 由梁的响应识别移动荷载[J]. 振动、测试与诊断, 1995(3):30-34.
- [7]陈震, 王震, 余岭, 等. 预处理最小二乘 QR 分解法识别桥梁移动荷载的优化分析及试验研究[J]. 振动工程学报, 2018,31(4):545-552.
- [8]Law S S, Bu J Q, Zhu X Q, et al. Vehicle axle loads identification using finite element method[J]. Engineering Structures, 2004,26(8):1143-1153.
- [9]余波, 吴月, 聂川宝, 等. 动荷载识别的非迭代法研究[J]. 应用数学和力学, 2019,40(5):473-489.
- [10]朱全军, 肖强, 邓露. 基于支座反力的桥梁动态称重方法[J]. 中外公路, 2019,39(1):87-94.
- [11]李忠献, 陈锋. 简支梁桥与多跨连续梁桥上移动荷载的识别与参数分析[J]. 工程力学, 2006(12):91-99.
- [12]任剑莹, 李晓东, 霍静. 连续曲线梁桥在汽车荷载作用下的动力响应分析[J]. 石家庄铁道大学学报(自然科学版), 2021,34(1):1-9.
- [13]李皓玉, 宋健, 任剑莹. 移动荷载作用下曲线桥的动力响应分析[J]. 石家庄铁道大学学报(自然科学版), 2019,32(1):1-6.
- [14]柳重堪. 正交函数及其应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 1982.
- [15]张雄, 王天舒. 计算动力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2007.

(下转第 91 页)

Performance Simulation and Skew Pole Optimization of Permanent Magnet Synchronous Motor for Vehicle

Miao Guiyin¹, Feng Guosheng¹, Cui Bo¹, Zhang Wei², Zhang Yanming²

(1. School of Mechanical Engineering, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China;

2. Hebei Electric Motor Co. Ltd., Shijiazhuang 050000, China)

Abstract: In order to reduce the vibration of the motor and optimize the performance of the motor. This research took a logistics vehicle built-in 50 kW permanent magnet synchronous motor as the example, the operation characteristics of the motor were analyzed under no-load and rated load conditions respectively, and the groove torque, line back potential and output torque of the motor were optimized by oblique pole, which improved the operation characteristics of the motor. The current control angle in motor vector control was parameterized to obtain the optimal control angle, which provided a theoretical basis for improving the design.

Key words: the electric car; permanent magnet synchronous motor; oblique pole optimization; cogging torque; electromagnetic torque

(上接第 12 页)

Moving Loads Identification of Continuous Beam Based on Finite Element Method and Data Reconstruction

Hu Shuo¹, Ren Jianying^{1,2}, Zhang Yu^{1,2}, Li Junliang³

(1. Department of Engineering Mechanics, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China;

2. State Key Laboratory of Mechanical Behavior and System of Traffic Engineering Structures, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China;

3. Engineering Training Centre, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China)

Abstract: Taking the continuous highway bridges as the research object, a moving load identification method based on finite element method and data reconstruction was proposed. The finite element method and the Newmark method were used to write the calculation program of the dynamic responses of the continuous beam under moving loads. The displacement responses of the bridge were obtained. Displacement responses were reconstructed by Chebyshev polynomials. The velocity and acceleration responses were reconstructed by the Newmark method. Then the moving loads were identified by regularization techniques using the reconstructed data. The effects of the loads moving speed, the loads value and the number of the bridge spans on the moving loads identification were studied.

Key words: load identification; continuous beam; data reconstruction; finite element method; Chebyshev polynomial; Newmark