## $\pi_{34 \oplus \pi_4 \#}$ 石家庄铁道大学学报(自然科学版)

Vol. 34 No. 4

2021年12月 Journal of Shijiazhuang Tiedao University(Natural Science Edition) Dec. 2021

# 基于有限元法的铁路边坡浅层地下水位上升分析

王  $祥^1$ , 阎  $飞^2$ , 谭维佳<sup>3</sup>

(1. 川藏铁路有限公司,四川 成都 610094;2. 北京京能地质工程有限公司,北京 102300;
 3. 长安大学 地质工程与测绘学院,陕西 西安 710054)

摘要:大量铁路修建区域存在海拔高、降雨不稳定的特点,从而易触发大规模的滑坡、泥石 流灾害。诸如气象雷达等手段监测滑坡风险通常需要高性能的计算工具和较长的计算时间。 为了满足预警过程的实时监测以及地下水位模拟要求,在半无限均质边坡假定下,通过有限元 分析参数化研究,建立了预测天然边坡浅层地下水上升的简化方法,提出了预测模型公式,并进 行了扩展应用分析。研究结果如下:(1)基于所提出的预测公式,不同强度的降雨条件下水位上 升预测结果中 75%略低于 FEM 计算结果,但误差小,总体趋势一致;(2)对半无限边坡的 192 组 分析显示,当确定了初始含水率和地下水位,可在任意降雨强度条件下对水位上升进行预测,预 测结果与有限元解的均方根误差(RMSE)均小于 5。对先前大规模预测地下水位上升的方法进 行了简化,可为工程师相关实时监测分析工作提供一定的参考。

关键词:地下水位;半无限边坡;有限元法;渗流分析;预测模型

中图分类号: TU43 文献标志码: A 文章编号: 2095-0373(2021)04-0103-07

0 引言

近几年降雨引发的地质灾害超过了 5 000 起。而四川省阿坝区域,近年来多进行铁路公路建设、维修,因其海拔高、降雨不稳定的特点,更易触发大规模灾害。为减少灾害,需对边坡在降雨条件下的稳定 性进行分析。

评估滑坡或泥石流灾害的风险,通常需要准确的降雨量数据作为水文分析和基于物理模型的边坡稳 定性分析的参考条件。在中国各地建立了许多用于气象观测的雷达,关于利用此类气象雷达数据评估滑 坡风险的方法也越来越多,Kinoshita et al<sup>[1]</sup>开发了一个精细化的实时危险图系统,包括分布式降雨径流 模型、边坡破坏模型和泥石流淹没模型等。邓居智等<sup>[2]</sup>结合了理论与工程实例,证实了探地雷达对边坡 破碎带探测的可行性。王军飞等<sup>[3]</sup>开发了能进行 GB-SAR 边坡监测且能探测边坡 PS 点的时间序列形 变。Kim et al<sup>[4]</sup>通过将分布式水文分析得到的地下水位情况与边坡稳定性分析方法联系起来,使得实时 监测成为可能。为了节省水文分析的计算时间,部分研究往往采用简单的存储函数方法或渗流计算,大 大简化了整个坡面的水文特征<sup>[5]</sup>。随着计算机技术的发展,考虑到非饱和区域的保水特性,研究人员开 发了饱和-非饱和渗流分析的算法,以再现地下水在边坡中的运动,并对边坡中的渗流现象进行了各种分 析研究<sup>[6-7]</sup>。这类分析方法的广泛使用进一步加速了此类研究,如 FEM 在实际工程应用<sup>[8]</sup>和使用现场测 量数据的力学分析<sup>[9]</sup>。后来,不断有研究者也开发了类似的有限元计算,并将其应用于强降雨下边坡的 稳定性评价<sup>[10]</sup>、地下水位数值模拟及预测<sup>[11-12]</sup>、针对不同土体对策<sup>[13]</sup>和渗流模拟<sup>[14]</sup>。

在上述研究的基础上,本研究基于有限元提出了简单的计算方法用于预测降雨时铁路边坡点的地下 水位深度(仅限于浅层地下水位)。研究中提出了一个简单的预测方程,它具有与 FEM 相似的精度,并进 行扩展分析。基于本文提出的方法,可对边坡地下水位受降水影响进行分析。

收稿日期:2021-08-03 责任编辑:车轩玉 DOI:10.13319/j.cnki.sjztddxxbzrb.20210167 基金项目:国家自然科学基金(41790443);长安大学中央高校基本科研业务费专项资金(300102260105) 作者简介:王祥(1976—),男,高级工程师,研究方向为隧道工程。E-mail;jiyongliaoqin@163.com 王祥,阎飞,谭维佳.基于有限元法的铁路边坡浅层地下水位上升分析[J].石家庄铁道大学学报(自然科学版),2021,34(4):103-109.

### 1 有限元模型解析

1.1 饱和 非饱和浸润透析法

对区域内的典型铁路边坡进行有限元分析。假设非饱和土的导水率是体积含水率 $\theta$ 的函数 $k(\theta),则$ 流速矢量为q,总水头为 $\varphi$ ,非饱和土体中的达西定律为

$$q = -K(\theta) \,\nabla \Phi \tag{1}$$

式中,  $\Phi$  为全水头。

$$\Phi = \varphi + z \tag{2}$$

式中, $\varphi$ 为压力水头(非饱和状态下的吸力);z为位置水头。

另一方面,水的密度为  $\rho_w$ ,则通过土体孔隙的水的质量守恒定律描述为

$$\nabla^{r}(\rho_{w}q) = \frac{\partial}{\partial t}(\rho_{w}\theta) \tag{3}$$

假设由于压头变化引起的水的压缩性被忽略,并且孔隙比不因非饱和区域的压头变化而变化,则可 由式(1)、式(3)得到饱和-非饱和渗透流的控制方程

$$\nabla^{r} [k(\theta) \nabla (\varphi + z)] = [c(\varphi) + \alpha S_{s}] \frac{\partial \varphi}{\partial t}$$
(4)

式中, $\alpha = \begin{cases} 1, S_r = 100\%\\ 0, S_r < 100\% \end{cases}$ , S<sub>s</sub>为比储存系数, $S_s = \frac{\partial n}{\partial \varphi}$ ;  $c(\varphi)$ 为比含水量, $c(\varphi) = \frac{\partial \varphi}{\partial t}$ 。随着渗透的进行并达到 饱和状态,比含水量变为 0,上述方程成为饱和土的控制方程。采用 Van Genuchten 模型(1980)(简称 "VG 模型")<sup>[15]</sup>表达了水的特征曲线和非饱和导水率。

1.2 典型 VG 模型的参数

针对铁路边坡防灾模拟时,很难事先知道每个边坡的详细地层结构和保水特性,因此,在参数研究中,假设边坡由具有典型渗透性特征的材料组成,即  $1.0 \times 10^{-3}$  m/s(粗砂)或  $1.0 \times 10^{-4}$  m/s(中砂)。对于水特性曲线和非饱和透水系数,可以采用根据土质试验得到的孔隙比。本研究作了一个简单的假设, 在材料中都使用了相同的值(0.30)。基于上述条件,假设材料的饱和导水率为  $1.0 \times 10^{-4}$  m/s(中砂)或  $1.0 \times 10^{-3}$  m/s(粗砂)的典型参数设置如表 1 所示。

材料	比储存系数 $S_s/\mathrm{m}^{-1}$	VG 模型的参数		
		$\alpha/\mathrm{m}^{-1}$	$n_v$	
中砂	$2.0 \times 10^{-4}$	5.22	5.678	
粗砂	$1.3 \times 10^{-4}$	5.22	5.678	

表1 各材料的浸透特性参数

1.3 初始条件

表层从一开始就接近饱和的情况和干燥的情况,降雨引起的地下水位上升差异很大,研究中饱和度 使用体积含水率为

$$S_s = \frac{\theta}{n} \times 100 \tag{5}$$

由于平衡计算后得到的地下水位高度因计算开始前假定的饱和度大小而异,所以在下面的分析中, 对饱和度为 40% 或 60% 的每种情况进行了有限元计算。

### 2 水平地面一维垂直入渗模拟

#### 2.1 模拟基本情况

研究对均质土体构成的水平地面的一维垂直入渗进行了模拟,并尝试构建一个能够表达地下水位波动趋势的简单计算模型。作为地表至 2 m 深度地层的材料性质,表 1 中的"中砂"参数是作为地层从地表

第 34 卷

到 2 m 深处的材料特性给出的,地层的下表面被假定为不透水层。需要假设地层中的含水量作为初始条件,但在本节介绍的情况下,给出了一个水压条件,即模拟降雨后的非饱和层中的平均饱和度达到约 20%。

图1显示了开始降雨(降雨强度为 10 mm/h)后随时间变化的地层内的压力头(与孔隙水压力成正 比)的分布,图2显示了降雨开始后一段时间内地层中的饱和度分布(降雨强度为 10 mm/h)。从图1 可 以看出,地下水位(零水压深度)最初在约为 1.11 m 的深度,随着降雨的持续而逐渐上升。根据图 2 显 示,在雨水从地表向地下水位深度渗透的过程中,比地下水位浅的地层的饱和度几乎是均匀上升的,达到 一定值后,地下水位开始上升。图 3 显示了地下水位随时间的变化和非饱和层(地下水位以下)的平均饱 和度随时间的变化。降雨开始 3.5 h 后地下水位开始上升,约 12.7 h 后到达地表附近。在非饱和层中的 饱和度以几乎恒定的速率上升而水位不上升的时间段内,以及当水位以几乎恒定的速率上升时,可以通 过将其分为 2 个时区来对其进行建模。







图 3 水位和平均饱和度时间曲线

2.2 预测公式

研究提出了一个改进的模型来预测地下水位上升的时间历程。如果非饱和区饱和度较低,渗水在向 下运动过程中会通过毛细管作用滞留在地层中。为了考虑降雨初期影响,可以考虑非饱和区储水的总容 量,并假设只有当累积降雨量超过该容量时,地下水位才会开始上升。地下水位开始上升时,整个非饱和 层的临界平均饱和度为 *S*<sup>\*</sup> (%),则假定土体中的孔隙率为

$$\theta_{cp} = n \, \frac{S_r^*}{100} \tag{6}$$

如果  $\theta_{cp}$ 的值可以根据条件预先确定,则可以通过式(6)估算在地下水位开始上升时整个非饱和层的临界平均饱和度  $S_r^*$ 。假设降雨强度恒定,并假设所有雨水都直接渗入地下,在降雨开始时整个非饱和层 (垂直深度 h)的初始平均饱和度为  $S_r$ 。的情况下,直到地下水位开始上升所需的时间

$$t_1 = \frac{n(S_r^* - S_r^0)h}{100I} = \frac{h}{I} \left( \theta_{cp} - n \, \frac{S_{r^0}}{100} \right) \tag{7}$$

假设在地下水位开始持续上升后,所有雨水都渗入地下,随着渗入的水填满非饱和层底部,饱和区边 界的上升速度就会扩大,根据非饱和层孔隙饱和所需的水量,假设降雨强度不变,可以得到

莄∥%

囹

和层内的平均

P

111

100 💂

80

60

40

20

12 14

$$v_{ud} = \frac{I}{n(1 - S_r^* / 100)} \tag{8}$$

另外,根据条件设想实际能得到与式(8)稍有不同的表观上升速度,本研究通过使用乘以速度修正系数  $\alpha_v$ 。

假设所有的雨水都渗入地下,那么从地下水位开始上升到所有的非饱和层变饱和,地下水位达到地 表时,经过的时间为

$$t_2 = \frac{h}{v_{rl}l} = \frac{n(1 - S_r^*/100)}{a_r I}$$
(9)

从参数研究的结果读取  $t_2$  的值,利用式(9)反算  $\alpha_v$  的近似值。它由 2 个过程组成:降雨开始时水位没 有上升的阶段( $\theta_{cp}$  很重要)和水位上升的阶段( $\alpha_v$  很重要)。研究将重点讨论  $\theta_{cp}$  和  $\alpha_v$  在各种条件下确定 的值。

2.3 不同降雨强度的情况

图 4 中展示出了每一种情况下以对数方式改变 4 种降雨量情况的结果,表 2 给出了所提出的模型近 似每一种情况时反算的  $\theta_{cp}$ 和 $\alpha_{v}$ 的值。模型被简化为 2 个时间区间:一个是非饱和层的饱和度以几乎恒 定的速度上升而水位没有上升的时间段,另一个是水位以几乎恒定的速度上升的时间段。表 2 中的  $\theta_{cp}$ 和 $\alpha_{v}$ 的值经过反算以匹配每种情况的 FEM 分析结果。这里,假设  $\theta_{cp} = 0.07, \alpha_{v} = 2.1(恒定值),确定了作$  $为每种情况的有限元分析结果的 <math>t_{1}$ 和  $t_{2}$ 的值在多大程度上可以通过所提出的方法进行预测。在表 2 中, $\theta_{cp}$ 的值可以认为是一个随降雨强度大小而变化的函数,但为了简化采用  $\theta_{cp} = 0.07$ ,接近表 2 中的 最小值,以获得较安全的一面。图 5 比较了  $t_{1}$ 和  $t_{2}$ 的结果。除了已经描述的 4 种情况(空心点)之外, 还显示了 4 种情况(实心点),其中开始降雨时的非饱和层中的平均饱和度约 13.4%,地下水位的深度 约 1.44 m(含水量低于之前的 4 种情况)。图 5 中标记形状的差异表示降雨强度的不同,按□、◇、〇、 △的顺序分别为 3.2、10、32、100 mm/h。所提方法的预测结果中 75%略低于 FEM 计算结果,但误差小 总体趋势一致吻合度较好,大部分状态下是安全的。因此,如果确定了材料、初始含水率和地下水位,则 有可能在任意降雨强度条件下对水位上升进行建模分析。



图 4 降雨强度条件下的地下水位和平均饱和度的经时变化

表 2 在强降雨条件下反算得到的  $\theta_{\alpha}$  及  $\alpha_{\gamma}$  的值

	从 1	从 FEM 解析结果得到的值			用模型反算得到的值	
庠附强度 1/(mm•h~)·	$t_1/\mathrm{h}$	$S^{\star}_r$ / $^{o}\!\!/_{0}$	$t_2/\mathrm{h}$	$\theta_{cp}$	$\alpha_v$	
3.2	6.0	30	38.5	0.077	1.89	
10	3.5	40	9.4	0.092	2.13	
32	1.7	51	2.5	0.11	2.04	
100	0.84	71	0.5	0.14	1.93	
────────────────────────────────────	-		₩ 50 50 50 50 50 50 50 50 50 50 50 50 50			



+)

王

10

FEM 的解/h

(a)t<sub>1</sub>的比较

15

### 3 预测方程扩展应用

#### 3.1 半无限边坡假设的分析模型

1)

産

假设一个半无限边坡模型进行稳定性分析。为了再现半无限边坡上来自地表的均匀降雨渗透,在单 位间隔的有限元模型中,与上侧的总水头相比,下侧的总水头具有一定的坡度。将左右两端简单设置为 不排水条件,左右两端的影响为在降雨持续的情况下施加,仅采用"靠近分析模型中心的剖面"的分析结 果。降雨时间越长,导水系数越大,影响从两端逐渐向中心扩散。

#### 3.2 参数分析

通过改变计算条件,对每种情况下适合于有限元求解的 $\theta_{cp}$ 和 $\alpha_v$ 的值进行反向计算,分析使用这些平均值可以在一定程度上重现有限元预测结果。表 3 总结了条件变化的范围。假设材料为表 1 中的"中砂"或"粗砂",所进行的计算案例数为 192 个案例,即表 3 最右边一栏中每个条件的变量增量的乘积是  $2 \times 4 \times 2 \times 3 \times 4 = 192$  例。

在少数假设具有高渗透性的粗砂的情况下(坡度角超过 15°,底部的地层厚度超过 2 m),当降雨强度 较小时(如 I=3.2 mm/h),即使长时间降雨,地下水位也没有上升。在模拟降雨的计算过程中,水压的变 化也非常小,因此在后续与 FEM 的比较中不考虑较小降雨量的情况。

因篇幅限制,文章不再赘叙不同工况下的数值,地层渗透特性为"中砂"的情况下, $\theta_{cp} = 0.07$ , $\alpha_v = 2.1$ , 在"粗砂"的情况下, $\theta_{cp} = 0.04$ , $\alpha_v = 2.1$ 。图 6(中砂)和图 7(粗砂)分别表示将其与 FEM 预测的结果进行 比较后的相关图。在每个散点图中,图中给出了均方根误差(RMSE),以衡量与对角线的接近程度,均方 根误差(RMSE)均小于 5。2 种材料之间的相关性很好,虽然  $t_1$  的一些点离对角线很远,但相关性的总体 趋势一致。

变动范围	坡脚	降雨开始时非饱和层的 平均饱和度 <i>S<sub>r0</sub> / %</i>	降雨开始时的地下水位深度 (非饱和层的厚度) <i>h</i> /m	降雨强度 $I/(mm \cdot h^{-1})$	
最小值	0°	8.2(中砂)	0.57( <b>中砂</b> )	3.2	
		2.1(粗砂)	0.66( <b>粗砂</b> )		
最大值	45°	36.0(中砂)	2.2(中砂)	100	
		27.9(粗砂)	3.0(粗砂)		
变动刻度数	4 <b>种</b>	2 <b>种</b>	3 种	4 <b>种</b>	
	(每15°)	(最大最小值不同)	(最大最小值不同)	(对数刻度)	

表 3 参数研究中的目标条件(共 192 个案例)

60

40

FEM 的解/h

(b)t,的比较

20



图 7 关于 t<sub>1</sub>和 t<sub>2</sub> 的 FEM 解与预测公式得到的解的比较(粗砂的 96 种情况)

### 4 结论

研究针对铁路边坡受降雨影响这一现象,在半无限均质边坡假定下,通过有限元进行参数化研究,提出了一种简单的计算方法用于预测边坡浅层地下水水位上升的时间历程。具体结论如下:

(1)基于本研究提出的有限元计算法,并不需要高性能的计算工具和较长的计算时间,即可达到简 单、短时预测地下水位变化的效果。

(2)将有限元算法应用于防灾模拟时,很难事先知道边坡详细地质结构和保水特性。因此研究中开 发了一种参数化的方法来估计导水率并通过假设斜坡坡度角、降雨开始时非饱和层的平均饱和度以及降 雨开始时地下水位的深度(非饱和层的垂直厚度),可以再现任意降雨数据输入下地下水位的时间历史, 其精度接近于 FEM。

(3)研究主要侧重于降雨期间地表水位塌陷的风险评估,而不是降雨停止后深层地下水位变化、排水 和地下水位下降的预测。这些是实际使用中的重要问题,未来希望进行深入研究,扩展算法的适用性。

### 参考文献

- [1]Kinoshita A, Kanno T, Okamoto A, et al. Construction of real-time hazard map system in Rokko mountain area[J]. Journal of the Japan Society of Erosion Control Engineering, 2013, 66(1): 15-22.
- [2]邓居智,刘庆成,陈德明,等. 探地雷达技术在探测边坡破碎带中的应用[J]. 东华理工大学学报(自然科学版),2003, 26(3):264-266.
- [3]**王军飞**,肖慎轲,刘东烈,等. 地基合成孔径雷达的边坡形变监测应用研究[J]. 测绘科学,2021,46(5):58-65.
- [4]Kim J, Jeong S, Park S, et al. Influence of rainfall-induced wetting on the stability of slopes in weathered soils[J]. Engineering Geology, 2004, 75(3/4): 251-262.
- [5]李永莲. RBF-PUM 在剖面二维稳定渗流问题中的应用[D]. 大连:辽宁师范大学, 2016.
- [6]周晓蓉,张云,黄佳栋.强降雨入渗作用下土质边坡失稳灾变研究[J].石家庄铁道大学学报(自然科学版),2018,31

(1):P.62-67.

- [7]Pak A, Nabipour M. Numerical study of the effects of drainage systems on saturated/unsaturated seepage and stability of tailings dams[J]. Mine Water and the Environment, 2017, 36(3): 341-355.
- [8] 宋浩, 曹聪慧, 陈伟, 等. 有限元软件梁杆单元局部坐标系的简化确定方法[J]. 石家庄铁道大学学报(自然科学版), 2019, 32(3):1-6.
- [9]郭稳,林知明.钢轨轨腰缺陷检测 MsT 有限元分析及优化[J].石家庄铁道大学学报(自然科学版),2020,33(3):29-36.
- [10]Cai F, Ugai K. Numerical analysis of rainfall effects on slope stability[J]. International Journal of Geomechanics, 2004, 4(2): 69-78.
- [11]韩琳,颜翠翠,赵振伟,等. 基于 Visual MODFLOW 的地下水数值模拟研究及水位预测[J]. 山东国土资源,2021,37 (3):67-74.
- [12]吴鑫,孙伯明,陈菁,等.基于 Visual MODFLOW 的挠力河流域地下水数值模拟与预测分析[J].水电能源科学,2020, 38(12):37-40,23.

[13]**叶万军**,张宇鹏.长期降雨作用下黄土边坡失稳模型试验[J].中国科技论文,2021,16(6):603-609.

- [14]Johari A, Talebi A. Stochastic analysis of rainfall-induced slope instability and steady-state seepage flow using random finite-element method[J]. International Journal of Geomechanics, 2019, 19(8): 04019085.
- [15]Van G M T. A closed form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils[J]. Soil Science Society of America Journal, 1980, 44(5): 892-898.

# Analysis of Shallow Groundwater Level Rise Model of Railway Slope Based on Finite Element Method

Wang Xiang<sup>1</sup>, Yan Fei<sup>2</sup>, Tan Weijia<sup>3</sup>

(1. Sichuan-Tibet Railway Co. Ltd., Chengdu 610094, China;

2. Beijing Jingneng Geological Engineering Co. Ltd., Beijing 102300, China;

3. College of Geological Engineering and Survey, Chang'an University, Xi'an 710054, China)

Abstract: A large number of railway construction areas are characterized by high altitude and unstable rainfall, which can easily trigger large-scale landslides and debris flows. Monitoring the risk of landslides by means such as weather radar usually requires high-performance calculation tools and a long calculation time. In order to meet the requirements of real-time monitoring and groundwater level simulation in the early warning process. In the study, a simplified method for predicting the rise of shallow groundwater on natural slopes was established, the formula of the prediction model was proposed, and the extended application analysis was carried out. The research results are as follows: (1) Based on the proposed prediction formula, 75% of the prediction results of water level rise under different rainfall conditions are slightly lower than the FEM calculation results, but the overall trend of small errors is consistent. (2) The analysis of 192 sets of semi-infinite slopes shows that when the initial water content and groundwater level are determined, the water level rise can be predicted under any rainfall intensity conditions. The root mean square error (RMSE) of the prediction result and the finite element solution is less than 5. This study simplifies the previous large-scale prediction of groundwater level rise, which can provide a certain reference for engineers' related real-time monitoring and analysis work.

Key words: groundwater level; semi-infinite slope; finite element method; seepage analysis; prediction model