

基于个体位置变异的粒子群算法

郑俊观, 王硕禾, 齐赛赛, 张焕东, 张立园

(石家庄铁道大学 电气与工程学院, 河北 石家庄 050043)

摘要:针对粒子群算法随着迭代次数的增多,其种群多样性降低,粒子群算法容易陷入局部最优的不足,提出了一种基于个体位置变异的粒子群算法。该算法在保证最终收敛的前提下极大扩展了粒子的空间搜索范围,从而降低了粒子群算法发生早熟的可能,并且程序量较小。仿真实验中,将算法应用于 6 个典型测试函数中,并与其它改进粒子群算法进行比较,结果表明,该算法具有较强的全局寻优能力和较好的收敛速度,明显提高了粒子群算法的优化性能。

关键词:粒子群算法;局部最优;惯性权重;变异

中图分类号: TP18 **文献标志码:** A **文章编号:** 2095-0373(2019)01-0063-06

粒子群优化(Particle Swarm Optimization,简称 PSO)算法是由 J Kennedy et al^[1]于 1995 年提出的一种群体智能算法。该算法通过模拟鸟群随机觅食的行为,利用鸟之间的相互协作使群体达到最优。该算法优点是编程简单,设置参数较少,易于和其它算法或者模型相结合;缺点是易陷入局部最优,算法缺乏严格意义上的数学证明,算法参数的设置根据经验值确定,选择的参数不同直接影响算法的跟踪性能和收敛精度^[2]。同时,该算法已经成功应用到自然科学、金融等领域的优化问题中^[3]。

针对粒子群算法易陷入局部最优、收敛速度较慢等问题,国内研究人员提出了很多改进方法。改进的粒子群算法大致可以分为 4 类:其一,对粒子群初始化的改进^[4],不同的初始化方法有不同的效果,对算法的优化性能会产生一定的影响;其二,对粒子群算法的参数进行改进^[5-6],其重要参数包括学习因子、惯性权重等,其值的大小直接与粒子群算法的开发和搜索能力有关;其三,粒子群算法与其它算法机制或思想相结合,形成了许多混合算法,比如变异粒子群算法^[7]、免疫粒子群算法^[8]、混沌粒子群算法^[9]等,混合的粒子群算法具有更好的优化性能,是当前算法改进的一个重要方向;其四,对粒子种群进行改进,将种群划分成若干个子群^[10],子群之间独立进化,有利于增强种群的多样性。

本文介绍了粒子群算法、惯性权重粒子群算法、变异粒子群算法基本原理及存在的不足。针对文献^[11]中提出的变异粒子群算法存在最终可能不收敛和收敛速度较慢的不足,对其变异概率公式进行改进。基于个体位置变异粒子群算法基本思想是为了防止粒子群算法陷入局部最优,在粒子群算法中引入变异操作,使粒子的位置以一定的概率接受变异操作。为了验证改进算法的有效性,将该算法应用于 6 个典型复杂测试函数中,仿真结果表明该算法优化性能突出,具有较强的全局寻优能力和较好的收敛速度。

1 粒子群算法

粒子群算法计算公式

$$v_i^{k+1} = \omega v_i^k + c_1 r_1 (P_{best,i}^k - x_i) + c_2 r_2 (G_{best}^k - x_i^k) \quad (1)$$

$$x_i^{k+1} = x_i^k + v_i^{k+1} \quad (2)$$

式中, i 代表粒子的序数; k 为迭代次数; v_i^k 是指迭代 k 次时第 i 个粒子的速度; v_i^{k+1} 指迭代 $k+1$ 次时第 i

收稿日期:2017-06-30 网络出版日期:2019-02-10 责任编辑:车轩玉 DOI:10.13319/j.cnki.sjztdxzb.20170147

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/13.1402.N.20190210.1131.003.html>

作者简介:郑俊观(1992—),男,硕士研究生,主要从事新能源发电与控制技术方面的研究,E-mail:zhengjunguan@foxmail.com

郑俊观,王硕禾,齐赛赛,等.基于个体位置变异的粒子群算法[J].石家庄铁道大学学报:自然科学版,2019,32(1):63-68.

个粒子的速度; x_i^k 是迭代 k 次时第 i 个粒子的位置; x_i^{k+1} 是迭代 $k+1$ 次时第 i 个粒子的位置; ω 为粒子的惯性权重; c_1, c_2 为学习因子; r_1, r_2 为相互独立 $[0, 1]$ 之间的随机数。

在式(1)中速度是由粒子的初始惯性、自我认知和社会认知 3 部分构成, 这 3 部分共同决定了粒子的空间搜索能力。在收敛的情况下, 由于粒子的趋向同一化造成种群多样性差, 使得迭代后期收敛速度明显变慢, 容易陷入局部最优。

2 惯性权重的粒子群算法

惯性权重 ω 是 PSO 算法中最重要的参数, 它体现粒子继承先前速度的能力, 其值的大小对算法能否收敛具有重要关系。当 ω 值较大时, 有利于全局搜索; 当 ω 值较小时, 有利于局部搜索。为了更好地平衡算法的全局搜索与局部搜索能力, 合理设计惯性权重, 从而达到避免陷入局部最优。通过改变惯性权重的粒子群算法称为惯性权重粒子群算法(inertia weight particle swarm optimization, IWPSO)^[6]。Shi Y 提出了线性递减惯性权重, 其表达式为

$$\omega(k) = (\omega_{\text{start}} - \omega_{\text{end}})(T_{\text{max}} - k) / T_{\text{max}} \quad (3)$$

式中, ω_{start} 为初始惯性权重; ω_{end} 为迭代至最大次数时的惯性权重; k 为当前迭代次数; T_{max} 为最大迭代次数。迭代前期有较大的惯性权重使算法保持了较强的全局搜索能力, 而迭代后期较小的惯性权重有利于算法进行更加精准的局部搜索。随着研究问题的不同, 一些学者也随之提出了不同的惯性权重粒子群算法, 比如自适应权重粒子群、随机权重粒子群等。但是, 有时单纯地改进粒子群算法的参数, 可能会最终导致粒子群算法不收敛, 无法实现全局寻优。

3 基于个体位置变异的粒子群算法

针对 PSO 算法存在易陷入局部最优的缺点, 文献[11]提出基于变异策略粒子群算法(Mutation Particle Swarm Optimization, 简称 MPSO)。为了解决粒子群算法可能会出现陷入局部最优的现象, 将变异操作引入到粒子群算法中, 当粒子向历史最优粒子靠拢出现严重聚集情况时, 将粒子中符合变异条件的粒子进行变异, 来增加种群的多样性, 增强粒子全局寻优能力。变异操作如下

$$x_i^{k+1} = x_i^k + c \times \text{rand} \quad (4)$$

$$c = \min(b_1 - a_1, b_2 - a_2, \dots, b_n - a_n) \quad (5)$$

式中, x_i^k 代表第 i 个粒子在第 k 次迭代时的位置; rand 代表随机函数; c 代表变异因子, 取值范围为所有粒子中最小的定义域; x_i^{k+1} 代表第 i 个粒子在第 $k+1$ 次迭代时的位置; $(b_i - a_i)$ 代表第 i 个粒子的定义域。

粒子是否符合变异条件进行变异, 取决于变异率 p_m 。文献[11]变异操作的思想为: 在迭代初期主要发挥粒子群算法自身的特点, 采用较小的变异率, 随着迭代次数的增多, 算法的多样性变差, 采用较大的变异率, 通过增加种群的变异率, 以避免算法陷入局部最优。

变异率计算公式为

$$p_m = p_{m, \min} + (p_{m, \max} - p_{m, \min}) \times k \div N \quad (6)$$

式中, $p_{m, \min}$ 代表最小变异率; $p_{m, \max}$ 代表最大变异率; k 代表当前迭代次数; N 代表最大迭代次数。

从式(6)可以得到, 随着迭代次数的增加, 该公式中的变异率逐渐增加, 这样虽然可以提高粒子群算法的全局寻优能力, 但是在实际应用中可能导致解不收敛^[12]。应该在迭代初期, 采用较大的变异率, 增加种群的多样性, 以提高全局寻优能力, 随着迭代次数的增加, 变异率逐渐减小, 以提高收敛精度。同时, 公式(6)表示的是随着迭代次数增多, 变异率呈线性增加, PSO 搜索过程有着非线性且复杂度高的特点, 使得线性变化的变异率方法不能反映实际的优化要求。

根据上述分析把式(6)改成

$$p_m = (p_{m, \max} - p_{m, \min}) \times \left(\frac{k}{n}\right)^2 + (p_{m, \min} - p_{m, \max}) \times \left(\frac{2k}{n}\right) + p_{m, \max} \quad (7)$$

变异率式(6)和式(7)的优化曲线如图 1 所示。其中 A 表示式(6)的优化曲线, B 表示式(7)的优化曲

线。从曲线 B 可知,在算法初期为了保持算法的多样性,设置较大的变异率,此时粒子选择变异的方式概率较大,避免粒子过早陷入局部最优解;后期随着迭代次数的增加,变异率逐渐减小,粒子选择 PSO 更新的概率逐渐加大,当变异率降为 0 时,粒子不再变异,只会选择 PSO 算法,加快了算法的收敛速度,使更多的粒子向后期的全局最优值移动,有利于提高算法的收敛精度。由此可见,这样改进后的算法既可以保证前期扩大粒子的搜索范围,又可以保证后期粒子逐渐收敛,不再变异,提高了收敛的精度。

基于个体位置变异粒子群算法计算步骤:

步骤 1:初始化粒子群中各个粒子的位置和速度;

步骤 2:对各个粒子的变异率进行初始化;

步骤 3:计算各个粒子的适应度,并更新个体最优值和种群最优值;

步骤 4:按照公式(7)粒子的变异率进行更新;

步骤 5:如果粒子的变异率大于 0~1 之间的随机数 $rand$,则用式(4)对粒子的位置进行更新,粒子的速度保持不变,否则使用式(1)、式(2)分别对粒子的速度和位置进行更新;

步骤 6:判断是否满足终止条件,终止条件一般为满足了最大迭代次数或者各粒子的所有位置的距离均小于某一个阈值,如果不满足终止条件返回到步骤 3,否则迭代终止。

个体位置变异的粒子群算法流程见图 2。

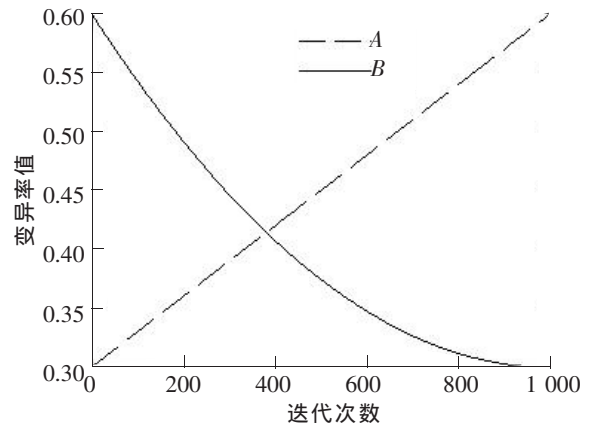


图 1 变异率优化曲线

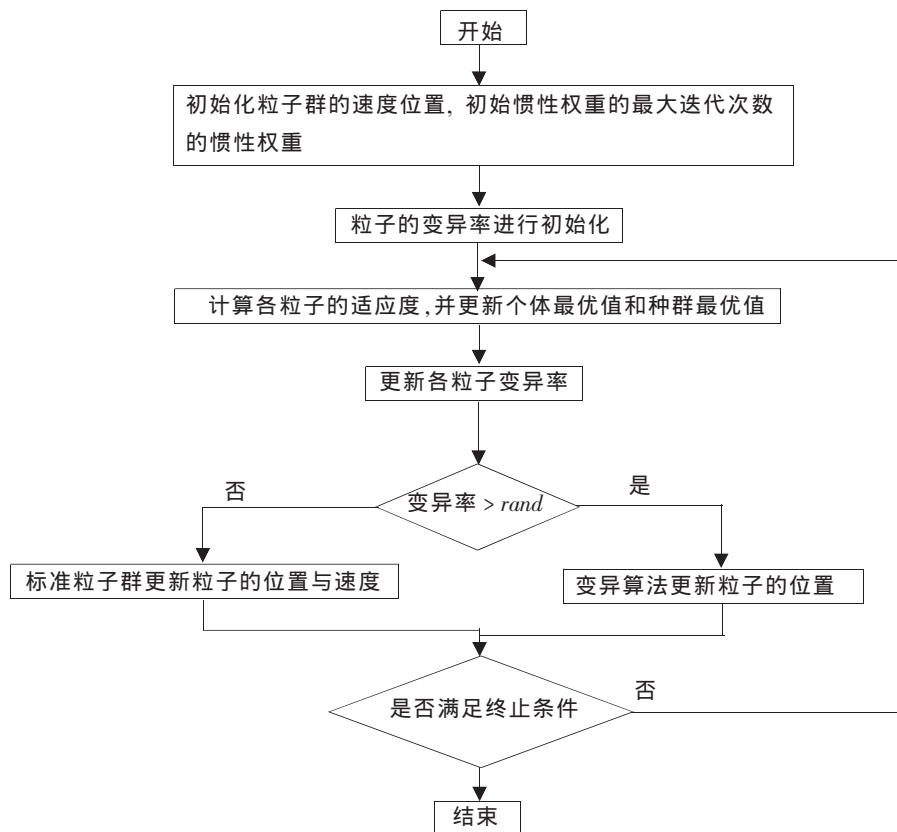


图 2 个体位置变异的粒子群算法流程图

4 算法测试及分析

为了验证标准粒子群算法(PSO)、惯性权重粒子群算法(IWPSO)、文献[11]中提出的变异策略粒子群算法(MPSO1)和本文中提出的个体位置变异的粒子群算法(MPSO2)这 4 种粒子群算法的优劣性,使用 6 个经典测试函数对这 4 种粒子群算法进行测试。测试的基准函数和参数设置如表 1 所示。

表 1 测试的基准函数

测试函数名称	公式	变量范围	全局最优值	允许误差
Sphere	$\min f(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2$	$[-15, 15]$	0	0.01
Rosenbrock	$\min f(x) = \sum_{i=1}^n [100(x_i + 1 - x_i^2)2 + (x_i - 1)^2]$	$[-15, 15]$	0	50
Rastrigin	$\min f(x) = \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i) + 10]$	$[-5.12, 5.12]$	0	50
Camel	$\min f(x) = (4 - 2.1x^2 + \frac{x^4}{3})x^2 + xy + (-4 + 4y^2)y^2$	$[-100, 100]$	-1.031 628 0.01	
Schaffers	$\min f(x) = \frac{[\sin \sqrt{x^2 + y^2}]^2 - 0.5}{[1 + 0.001(x^2 + y^2)]^2} + 0.5$	$[-100, 100]$	0	0.01
Ackley	$\min f(x) = 20 + e - 20\exp\left[\left(-0.2\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n \cos(2\pi x_i)\right)\right]$	$[-32, 32]$	0	0.01

上述 4 种算法作为对比算法进行比较,其中的参数设置为:维数设置成 50,种群粒子数为 100,最大迭代次数为 1 000,粒子群算法算法 $\omega = 0.729, c_1 = c_2 = 1.494 45$,线性递减权重粒子群算法 $\omega_{\text{start}} = 0.9, \omega_{\text{end}} = 0.4, c_1 = c_2 = 1.494 45$,变异粒子群算法 $\omega = 0.729, c_1 = c_2 = 1.494 45, p_{\text{max}} = 0.6, p_{\text{min}} = 0.3$ 。每种算法独立运行 10 次,最优是指所有搜索结果中的最优值;平均是指所有搜索结果的平均值;当最优值小于允许误差时即认为本次搜索成功;成功率是指成功搜索结果所占搜索总次的比率。4 种算法对基准函数测试结果如表 2 所示,为了更清晰地表示最优值随迭代次数变化情况,其收敛曲线对比如图 3 所示。

表 2 基准函数测试结果

测试函数名称	PSO 最优	PSO 平均	PSO 成功率/%	IWPSO 最优	IWPSO 平均	IWPSO 成功率/%
ackley	1.13	1.70	0	0.72	1.49	0
camel	-1.03	-1.03	100	-1.03	-1.03	100
rastrigin	61.30	98.66	0	26.26	80.62	30
rosenbrock	36.89	51.39	50	55.63	68.18	0
schaffers	0	0	100	0	0	100
sphere	0.76	1.08	0	0.1	0.17	0
测试函数名称	MPSO1 最优	MPSO1 平均	MPSO1 成功率/%	MPSO2 最优	MPSO2 平均	MPSO2 成功率/%
ackley	-1.78e-15	-1.78e-15	100	-1.78e-15	-1.78e-15	100
camel	-1.03	-1.03	100	-1.03	-1.03	100
rastrigin	0	53.67	40	0	25.88	90
rosenbrock	0	0	100	0	0	100
schaffers	0	0	100	0	0	100
sphere	0	0	100	0	4.67e-03	100

通过将 4 种算法分别应用到 6 个测试函数中,从表 2 和图 3 的寻优曲线可以知道:惯性权重粒子群不是针对所有的优化问题都比粒子群算法有效,比如测试函数 rosenbrock,同时,如果只是单纯改变权重参数可能会最终导致粒子群算法不收敛;MPSO2 和 MPSO1 算法对于维数较高的寻优问题具有较好的适应性,无论是最优值还是平均值上均获得比 PSO 算法和 IWPSO 更优的结果,但是 MPSO2 的综合优化性能突出,具有较快的收敛速度和全局寻优能力,这主要是得益于 MPSO2 能在寻优过程中以粒子的个体

位置为依据进行变异。在初始阶段,变异率较大,能保证种群的多样性,有利于全局寻优;在搜索后期,变异率逐渐变小直至为 0,保证粒子逐渐收敛到搜索到的全局最优。通过测试函数的测试结果可知本文中提出了基于位置变异粒子群算法适合于复杂实际工程寻优问题,比如复杂阴影条件下光伏系统最大功率点跟踪问题、机器人路径规划、发电机组组合优化等问题。

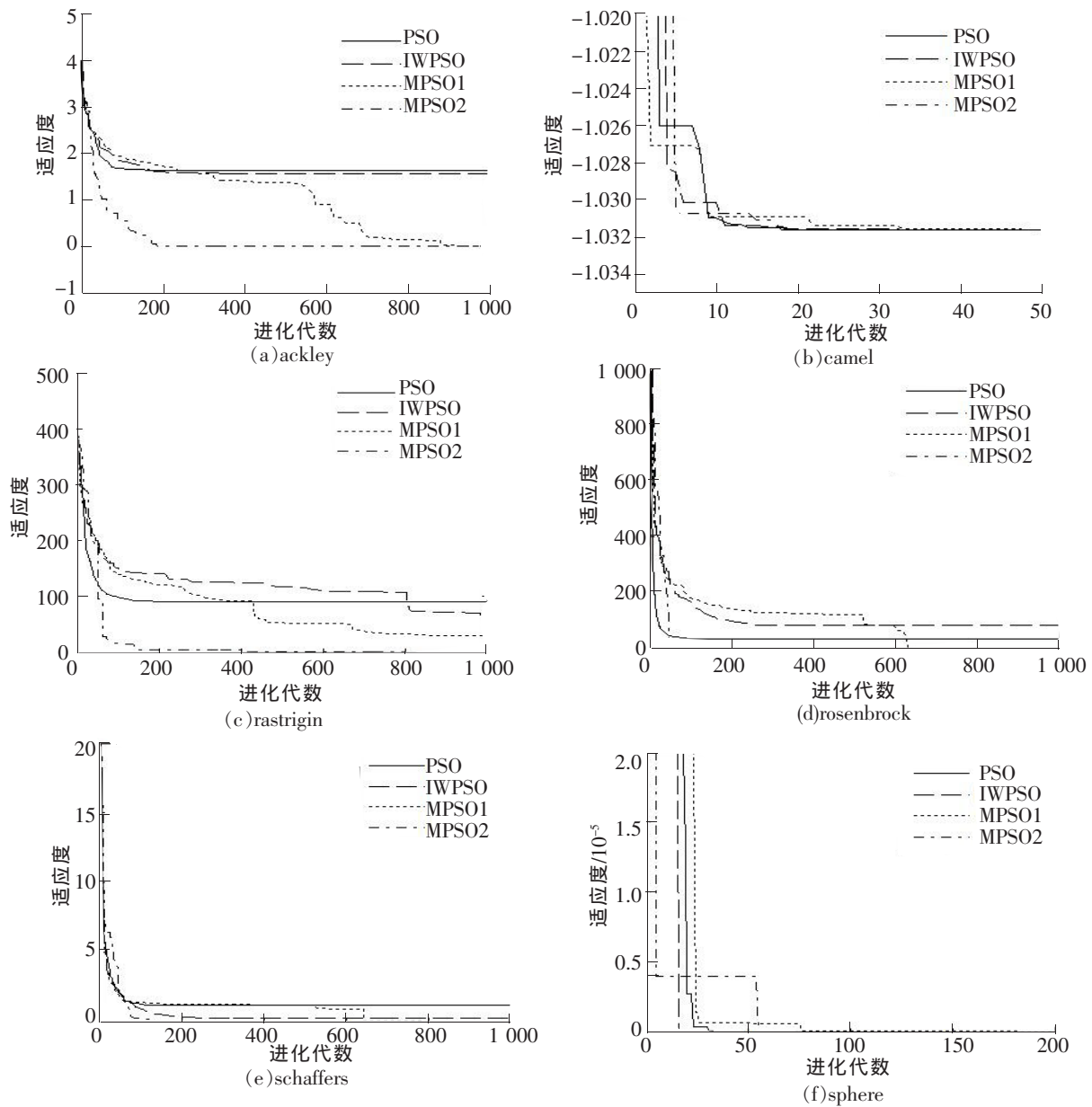


图 3 仿真结果

5 结论

针对 PSO 算法易陷入局部最优、收敛速度慢等问题,提出一种基于个体位置变异的粒子群算法。最后通过使用 6 个典型测试函数进行数值实验,结果证明了该算法在增强种群多样性的同时提高搜索速度。得出结论如下。

- (1) 标准粒子群算法的趋向同一化造成种群多样性差,使得迭代后期收敛速度明显变慢,容易发生早熟现象。为了解决粒子群早熟现象,只单纯改进粒子群算法的参数,可能会最终导致粒子群算法不收敛。
- (2) 将个体位置变异引入到粒子群算法中,将粒子中符合变异条件的粒子进行变异,粒子是否符合变

异条件取决于变异率 p_m 。初始阶段,变异率较高,此时粒子选择变异的方式概率较大;随着迭代次数增多,变异率的降低,粒子选择 PSO 更新的概率逐渐加大,当变异率降为 0 时,粒子不再变异,只会选择 PSO 算法。由此可见,该算法既可以保证前期扩大粒子的搜索范围,又可以保证后期粒子逐渐收敛,不再变异。

(3)本文中提出的算法是一种有效的粒子群优化算法,程序量小、相对简单,适合解决复杂阴影条件下光伏系统最大功率点跟踪问题、机器人路径规划、发电机组组合优化等复杂的实际工程优化问题。

参 考 文 献

- [1] Kennedy J, Eberhart R C. Particle swarm optimization[C]//Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks, Perth, WA, 1995. Piscataway, NJ: IEEE Service Center, 1995: 1942-1948.
- [2] 纪震, 廖慧连, 吴青华. 粒子群算法及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2010: 168-200.
- [3] Qi H, Niu C Y, Gong S, et al. Application of the hybrid particle swarm optimization algorithms for simultaneous estimation of multi-parameters in a transient conduction-radiation problem[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2015, 83: 428-440.
- [4] Chen Debao, Zhao Chunxia. Particle swarm optimization with adaptive population size and its application[J]. Applied Soft Computing, 2009, 9(1): 39-48.
- [5] Dai C, Wang Y, Ye M. A new multi-objective particle swarm optimization algorithm based on decomposition[J]. Information Sciences, 2015, 325: 541-557.
- [6] 赵远东, 方正华. 带有权重函数学习因子的粒子群算法[J]. 计算机应用, 2013, 33(8): 2265-2268.
- [7] 周利军, 彭卫, 邹芳, 等. 自适应变异粒子群算法[J]. 计算机工程与应用, 2016, 52(7): 50-55.
- [8] 张超, 李擎, 王维乾, 等. 基于自适应搜索的免疫粒子群算法[J]. 工程科学学报, 2017, 39(1): 125-132.
- [9] 蔡燕敏. 一种新的混沌粒子群优化算法[J]. 智能计算机与应用, 2017, 7(2): 63-65.
- [10] Xia L, Chu J, Geng Z. A new multi-swarms competitive particle swarm optimization algorithm[C]//Advances in Information Technology and Industry Applications (SI876-1100). Germany: Springer Berlin Heidelberg, 2012: 133-140.
- [11] 高立群, 吴沛峰, 邹德旋. 基于变异策略的粒子群算法[J]. 东北大学学报, 2010, 31(11): 1530-1533.
- [12] 王立乔, 鲍利斌, 孙孝峰. 基于变异粒子群算法的光伏系统最大功率点跟踪研究[J]. 太阳能学报, 2016, 37(3): 743-751.

Mutation Particle Swarm Optimization Algorithm Based on Personal Position Variation

Zheng Junguan, Wang Suohe, Qi Saisai, Zhang Huandong, Zhang Liyuan

(School of Electrical and Electronic Engineering, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China)

Abstract: In order to deal with the problems that the population diversity of PSO is reduced with the increase of the number of iterations, and it is easy to fall into the local optimum, a particle swarm optimization algorithm based on individual location variation is proposed. Under the premise of guaranteeing the final convergence, the algorithm greatly extends the range of the particle search space, so it reduces the possibility of premature convergence of particle swarm optimization algorithm with small amount of program. In simulation, the algorithm is applied to 6 typical test functions, and is compared with other improved PSO algorithms. The simulation results show that the proposed algorithm has strong global searching ability and good convergence rate, and can significantly improve the performance of particle swarm optimization.

Key words: particle swarm optimization; local optimum; inertia weigh; mutation