

单自由度系统强迫激励下惯容对 Kelvin 模型和 Maxwell 模型的影响

李壮壮, 申永军

(石家庄铁道大学 机械工程学院, 河北 石家庄 050043)

摘要:在 Kelvin 模型和 Maxwell 模型的基础上分别串联和并联惯容, 研究在强迫激励作用下对系统响应的影响。首先列出由简谐激励、支撑运动、偏心质量引起的强迫振动系统的动力学方程, 然后求出各个模型的解析解, 得到各个模型的幅频曲线。通过比较振幅放大因子和幅频曲线, 发现在不改变刚度和质量的情况下, 两种模型并联惯容可以降低系统固有频率, 使共振区提前, 并且有很好的隔振减振作用。串联惯容在简谐激励和支撑运动引起的强迫振动中有减振隔振效果。

关键词:惯容; Kelvin 模型; Maxwell 模型; 幅频曲线

中图分类号:O328 **文献标志码:**A **文章编号:**2095-0373(2019)01-0024-07

0 引言

惯容是 2002 年 Smith 提出的一种具有两个独立的自由端点, 且类似于弹簧和阻尼器的元件。弹簧具有“通低频、阻高频”的特性, 而惯容器具有“通高频、阻低频”的特性^[1-2]。惯容器件及 ISD(I-惯容器, S-弹簧, D-阻尼器)系统的出现, 使吸振和隔振系统有了更好发展。惯容最早应用在 F1 赛车悬架上^[3], 并取得了很好的效果。Wang et al^[4-5]把惯容应用在火车悬架上, 提高了火车的稳定性和舒适性。Chen et al^[6]分析了惯容器对隔振系统固有频率的影响。Hu et al^[7-8]把惯容用在动力吸振器和隔振器上, 有很好的减振、隔振效果。聂佳梅等^[9]给出了几种惯容器的模型结构及实现方法。

振动工程中单自由度系统强迫振动多采用 Kelvin 模型和 Maxwell 模型^[10]。支浩迪等^[11]研究了 Kelvin 模型和 Maxwell 模型在基底摇摆隔震中的比较, Asami et al^[12]将 Maxwell 模型引入到动力吸振器中并对其进行了参数优化, 王孝然等^[13]分析了单自由度系统强迫激励下两种模型的系统响应, 并讨论了阻尼对系统的影响。在前人研究的基础上, 分别在 Kelvin 和 Maxwell 模型上串联和并联惯容, 并作用 3 种不同的激励, 得到相应的振幅放大因子和幅频曲线, 通过比较振幅放大因子和幅频曲线来分析惯容对 Kelvin 和 Maxwell 系统响应的影响。

1 惯容的动力学特性

惯容器又称为惯性储能器或惯性质量储能器, 与传统的弹簧、阻尼器一样具有两个独立的、自由的端点。理想惯容器两个端点的相对加速度和作用在两端的力成正比, 本质上是一种力放大机构。齿轮齿条惯容器是 Smith 教授于 2002 年提出的^[1], 原理如图 1 所示, 图 2 给出了一种齿轮齿条惯容器模型设计三维图^[9]。此装置是采用机械传动的形式将齿条的直线运动转化为飞轮的转动, 把两个端点的作用力转化

收稿日期: 2017-08-29 网络出版日期: 2019-02-10 责任编辑: 车轩玉 DOI: 10.13319/j.cnki.sjztdxxbzb.20170185

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/13.1402.N.20190210.1131.008.html>

基金项目: 国家自然科学基金(11372198, 11772206); 河北省高等学校创新团队领军人才计划(LJRC018); 河北省高等学校高层次人才科学研究项目(GCC2014053); 河北省高层次人才资助项目(A201401001)

作者简介: 李壮壮(1992—), 男, 硕士研究生, 研究方向为振动控制。E-mail: lizhuanglzz@126.com

李壮壮, 申永军. 单自由度系统强迫激励下惯容对 Kelvin 模型和 Maxwell 模型的影响[J]. 石家庄铁道大学学报: 自然科学版, 2019, 32(1): 24-30.

成飞轮的惯性力储存起来。当力作用于惯容器两个端点时,齿条带动小齿轮 I 转动,因为小齿轮 II 与大齿轮同轴,大齿轮随着小齿轮 I 一同转动,大齿轮又会带动小齿轮 II 转动,小齿轮 II 与飞轮同轴,飞轮会跟随小齿轮 II 一同转动,这样把作用在两端的力转化成了飞轮的转动势能。

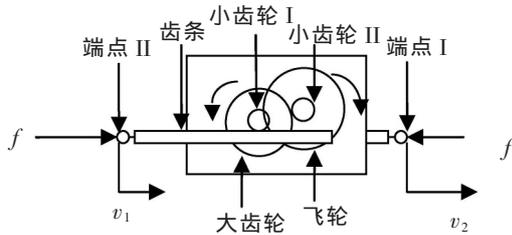
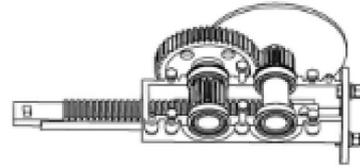


图 1 齿轮齿条惯容器原理图



2 齿轮齿条惯容器模型设计三维图

理想惯容器受力关系为

$$f = b \frac{d}{dt}(v_2 - v_1) = b \frac{d^2}{dt^2}(x_2 - x_1) \tag{1}$$

式中, f 为施加于元件两端点上等大反向的力; b 为惯容系数; t 为时间变量; v_1 和 v_2 分别为两个端点的速度; x_1 和 x_2 分别为两个端点的位移。

工程中常用的弹簧阻尼模型主要有 Maxwell 模型和 Kelvin 模型,本质上是弹簧和阻尼的串联和并联。下面分别在 Kelvin 和 Maxwell 模型基础上串联和并联惯容,来分析惯容对两种模型响应的影响。模型如图 3 所示。惯容和 Kelvin 模型直接串联的模型称为 ISD 型 Kelvin-1,惯容直接与 Kelvin 模型并联的模型称为 ISD 型 Kelvin-2。惯容和 Maxwell 模型直接串联的模型称为 ISD 型 Maxwell-1,惯容直接和 Maxwell 模型并联的模型称为 ISD 型 Maxwell-2。

这里假设 x_1 为质量块 m 的位移(图 3(a)~图 3(f)中上端点的位移), x_2 为图 3(b)中惯容和弹簧阻尼串联连接处的位移, x_3 为图 3(d)中弹簧和阻尼串联连接处的位移, x_4 、 x_5 分别为图 3(e)中惯容和弹簧串联连接处的位移、弹簧和阻尼串联连接处的位移, x_6 为图 3(f)中弹簧和阻尼串联连接处的位移。

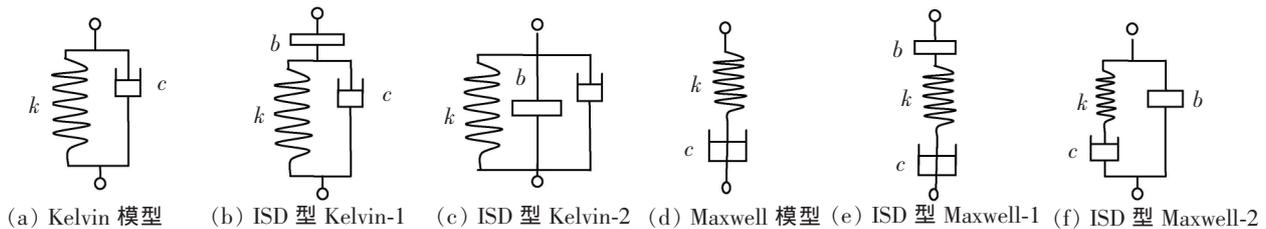


图 3 不同类型的 Kelvin 模型和 Maxwell 模型

2 简谐激励下的强迫振动

简谐激励是激励形式中最简单的一种。掌握系统对简谐激励的响应规律,是理解系统对周期激励或者更一般形式激励的响应的基础。如图 4(a) 所示,在惯性元件质量上直接作用有简谐激励的强迫振动。根据牛顿第二定律,可以得到表 1 所示的动力学方程。 k 、 c 、 b 分别为弹簧刚度、阻尼器阻尼、惯容值。质量块上的激励为 $P_0 \sin(\omega t)$, P_0 为简谐激励力的幅值, ω 为简谐激励的频率。令 $c/m = 2\zeta\omega_n$, 其中 ζ 为阻尼比, m 为质量块的质量, $\omega_n = \sqrt{k/m}$ 为固有频率, $\lambda = \omega/\omega_n$ 为频率比, $\delta = b/m$ 为惯容质量比,把这些代入到方程中进行等式变换。设 $x_1 = \bar{A}e^{i\omega t}$ 并代入到动力学方程中,解得 $\bar{A} = A e^{-j\varphi}$, 从而得到振幅放大因子 $\beta = A/A_0$, 其中 $A_0 = P_0/k$ 为质量块在激振力幅静力作用下的最大位移, φ 为相位差。根据振幅放大因子画出幅频曲线如图 5 所示。

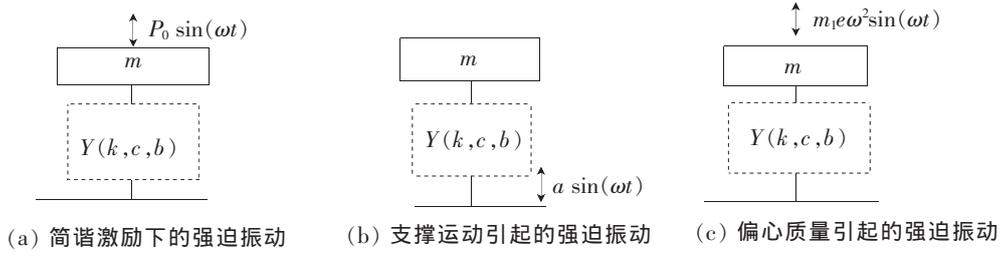


图 4 3 种不同激励引起的强迫振动

表 1 简谐激励下的强迫振动

模型	动力学方程	振幅放大因子 β
Kelvin 模型	$m\ddot{x}_1 + c\dot{x}_1 + kx_1 = P_0 e^{i\omega t}$	$\beta = \frac{1}{\sqrt{(1-\lambda^2)^2 + (2\zeta\lambda)^2}}$
ISD 型 Kelvin 模型-1	$m\ddot{x}_1 + b(\ddot{x}_1 - \ddot{x}_2) = P_0 e^{i\omega t}$ $b(\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1) + c\dot{x}_2 + kx_2 = 0$	$\beta = \frac{\sqrt{(1-\lambda^2\delta)^2 + (2\lambda\zeta)^2}}{\sqrt{\lambda^4((1+\lambda^2)\delta-1)^2 + (2\zeta\lambda(1+\delta))^2}}$
ISD 型 Kelvin 模型-2	$m\ddot{x}_1 + b\ddot{x}_1 + c\dot{x}_1 + kx_1 = P_0 e^{i\omega t}$	$\beta = \frac{1}{\sqrt{(1-(1+\delta)\lambda^2)^2 + (2\zeta\lambda)^2}}$
Maxwell 模型	$k(x_1 - x_3) + c\dot{x}_1 = 0$ $m\ddot{x}_1 + k(x_3 - x_1) = P_0 e^{i\omega t}$	$\beta = \frac{\sqrt{1+(2\zeta\lambda)^2}}{\sqrt{\lambda^4 + (2\zeta\lambda)^2(\lambda^2 - 1)^2}}$
ISD 型 Maxwell 模型-1	$m\ddot{x}_1 + b(\ddot{x}_1 - \ddot{x}_4) = P_0 e^{i\omega t}$ $b(\ddot{x}_4 - \ddot{x}_1) + k(x_4 - x_5) = 0$ $k(x_5 - x_4) + c\dot{x}_5 = 0$	$\beta = \frac{\sqrt{(\lambda\delta)^2 + 4(-1+\lambda^2\delta)^2\zeta^2}}{\sqrt{\lambda^6\delta^2 + (2\zeta\lambda^2)^2(1+\delta-\lambda^2\delta)^2}}$
ISD 型 Maxwell 模型-2	$m\ddot{x}_1 + b\ddot{x}_1 + k(x_1 - x_6) = P_0 e^{i\omega t}$ $k(x_6 - x_1) + c\dot{x}_6 = 0$	$\beta = \frac{\sqrt{(1/\lambda^2)^2 + (2\zeta)^2}}{\sqrt{((1+\delta)\lambda)^2 + (2\zeta)^2(\lambda^2(1+\delta)-1)^2}}$

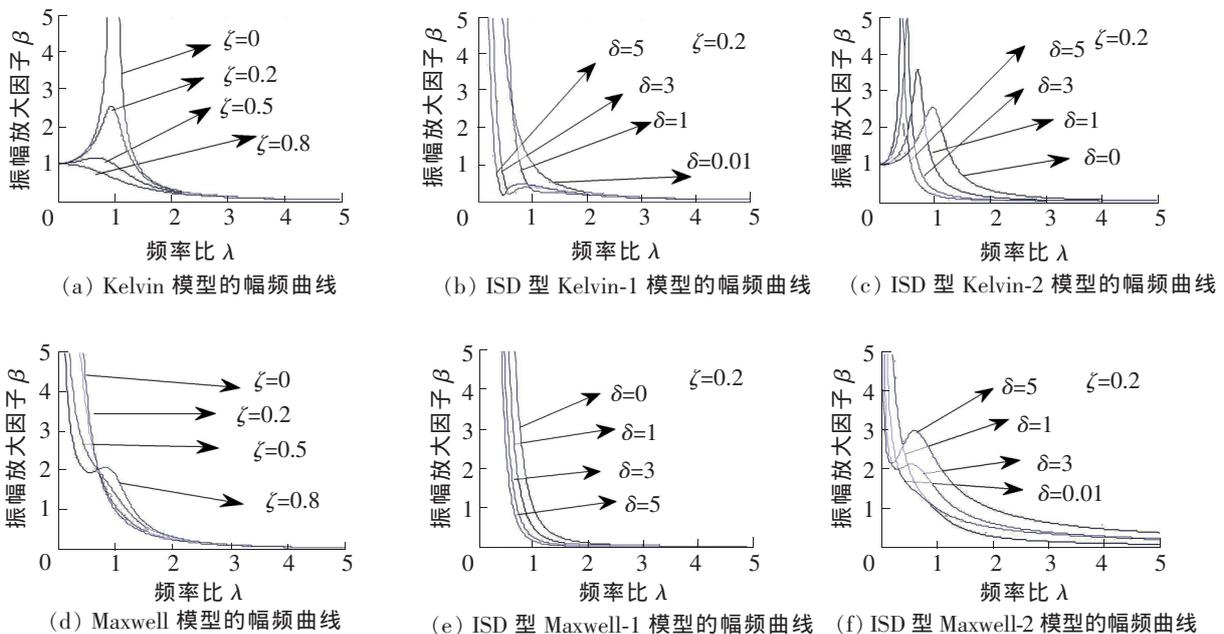


图 5 简谐激励引起的强迫振动下 6 种模型的幅频曲线

从表 1 和图 5 中可以得出:

(1)在 $\lambda=1$ 即 $\omega=\omega_n$ 时, Kelvin 模型串联惯容后, 振幅放大因子 β 趋于无穷大, 且惯容值越大衰减率就越大; Kelvin 模型并联惯容后同 Kelvin 模型一样, $\beta\approx 1$, 说明激振频率远远小于系统固有频率时, 振幅与静位移大小相当; Maxwell 模型并联或者串联惯容后振幅放大因子 β 都是趋于无穷大。

(2) Kelvin 模型并联惯容后共振频率由 $\lambda\approx 1$ 变为 $\lambda\approx 1/\sqrt{1+\delta}$, 说明在并联上惯容后, 减小了系统的固有频率, 使共振区提前, 且共振峰值随着惯容值增大而增大。Maxwell 模型串联惯容后振幅放大因子的衰减率随着惯容值的增大而增大, 说明串联惯容后可以使衰减速度加快。Maxwell 模型并联惯容后振幅放大因子随着频率比 λ 的增大先减小后增大然后再减小。

(3)在 $\lambda\geq 1$ 即 $\omega\geq\omega_n$ 时, 几种模型的振幅放大因子 β 都趋近于 0, 说明激振频率远远大于固有频率时, 相应的振幅很小。

3 支撑运动引起的强迫振动

在一些场合中, 系统受到的激励是来自于支撑的运动。例如车辆在波形路面上行驶、凸轮阀门机构的运动等。如图 4(b)所示, 假设支承运动的规律是 $x_s = a \sin \omega t$ 。根据牛顿第二定律可以得到表 2 的动力学方程, 把 $x_s = a \sin \omega t$ 代入得到稳态响应为 $x = E \sin(\omega t - \varphi)$, 从而得到振幅放大因子 $\beta = E/a$ 。不同模型的幅频曲线如图 6 所示。

表 2 支撑运动引起的强迫振动

模型	动力学方程	振幅放大因子 β
Kelvin 模型	$m\ddot{x}_1 + c(\dot{x}_1 - \dot{x}_s) + k(x_1 - x_s) = 0$	$\beta = \frac{\sqrt{1+(2\zeta\lambda)^2}}{\sqrt{(1-\lambda^2)^2 + (2\zeta\lambda)^2}}$
ISD 型 Kelvin 模型-1	$m\ddot{x}_1 + b(\ddot{x}_1 - \ddot{x}_2) = 0$ $b(\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1) + c(\dot{x}_2 - \dot{x}_s) + k(x_2 - x_s) = 0$	$\beta = \frac{\sqrt{\delta^2 + (2\lambda\delta\zeta)^2}}{\sqrt{(1+\delta-\lambda^2\delta)^2 + (2\zeta\lambda(1+\delta))^2}}$
ISD 型 Kelvin 模型-2	$m\ddot{x}_1 + b(\ddot{x}_1 - \ddot{x}_s) + c(\dot{x}_1 - \dot{x}_s) + k(x_1 - x_s) = 0$	$\beta = \frac{\sqrt{(1-\delta\lambda^2)^2 + 4\zeta^2\lambda^2}}{\sqrt{(1-(1+\delta)\lambda^2)^2 + 4\zeta^2\lambda^2}}$
Maxwell 模型	$m\ddot{x}_1 + k(x_1 - x_3) = 0$ $k(x_3 - x_1) + c(\dot{x}_3 - \dot{x}_s) = 0$	$\beta = \frac{\zeta}{\sqrt{\zeta^2(1-\lambda^2)^2 + (\frac{\lambda}{2})^2}}$
ISD 型 Maxwell 模型-1	$m\ddot{x}_1 + b(\ddot{x}_1 - \ddot{x}_4) = 0$ $b(\ddot{x}_4 - \ddot{x}_1) + k(x_4 - x_5) = 0$ $k(x_5 - x_4) + c(\dot{x}_5 - \dot{x}_s) = 0$	$\beta = \frac{2\delta\zeta}{\sqrt{\lambda^2\delta^2 + (2\zeta)^2(1+\delta-\lambda^2\delta)}}$
ISD 型 Maxwell 模型-2	$m\ddot{x}_1 + b(\ddot{x}_1 - \ddot{x}_6) + k(x_1 - x_6) = 0$ $k(x_6 - x_1) + c(\dot{x}_6 - \dot{x}_s) = 0$	$\beta = \frac{\sqrt{(\lambda\delta)^2 + (2\zeta)^2(\lambda^2\delta-1)^2}}{\sqrt{((1+\delta)\lambda)^2 + (2\zeta)^2(\lambda^2(1+\delta)-1)^2}}$

从表 2 和图 6 中可以得出:

(1)在 $\lambda=1$ 即 $\omega=\omega_n$ 时, Kelvin 和 Maxwell 模型串联惯容后, 振幅放大因子由 $\beta\approx 1$ 变为 $\beta\approx \delta/(1+\delta)$, 说明串联惯容后在激振频率远远小于固有频率时有很好的隔振效果; Kelvin 和 Maxwell 模型并联惯容后振幅放大因子 β 没有变化, 说明激振频率远远小于固有频率时, 振幅和静位移大小相当。

(2) Kelvin 模型并联惯容后, 共振频率由 $\lambda\approx 1$ 变为 $\lambda\approx 1/\sqrt{1+\delta}$, 且惯容值越大振幅放大因子越小, 说明在并联上惯容后, 减小了系统的固有频率, 使共振区提前。惯容值越大共振峰值就越小, 当 $\lambda\approx \sqrt{1/\delta}$ 时, 振幅放大因子最小即隔振效果最佳。

(3)在 $\lambda\geq 1$ 即 $\omega\geq\omega_n$ 时, Kelvin 和 Maxwell 模型串联惯容后振幅放大因子 β 趋于 0, 说明激振频率远远大于固有频率时, 振幅很小; Kelvin 和 Maxwell 模型并联惯容后振幅放大因子 β 趋于 $\delta/(1+\delta)$ 。

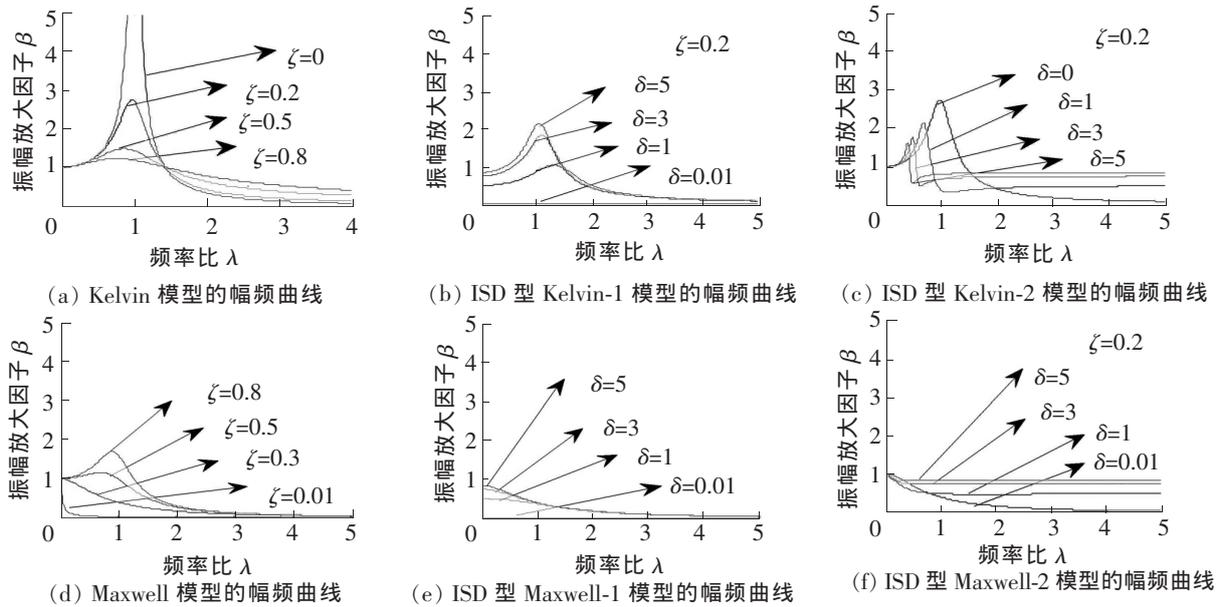


图 6 支撑运动引起的强迫振动下 6 种模型的幅频曲线

4 偏心质量引起的强迫振动

在高速旋转机械中,偏心质量产生的离心惯性力是主要的激振来源之一。如图 4(c)所示,假设旋转机械的总质量为 m ,转子的偏心质量为 m_1 ,偏心距为 e ,转子的转动角速度是 ω 。偏心质量引起的激励为 $m_1 e \omega^2 \sin \omega t$,根据牛顿第二定律,得到动力学方程如表 3。设系统的稳态响应为 $x = D \sin(\omega t - \varphi)$,其中 $D = m e \beta / M$, φ 是相位差。写成无量纲形式 $\beta = MD / m e$,定义 β 为系统的无量纲放大因子。不同模型的幅频曲线如图 7 所示。

表 3 偏心质量引起的强迫振动

模型	动力学方程	振幅放大因子 β
Kelvin 模型	$m\ddot{x}_1 + c\dot{x}_1 + kx_1 = m_1 e \omega^2 \sin \omega t$	$\beta = \frac{\lambda^2}{\sqrt{(1-\lambda^2)^2 + (2\zeta\lambda)^2}}$
ISD 型 Kelvin 模型-1	$m\ddot{x}_1 + b(\ddot{x}_1 - \ddot{x}_2) = m_1 e \omega^2 \sin \omega t$ $b(\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1) + c\dot{x}_2 + kx_2 = 0$	$\beta = \frac{\sqrt{(1-\lambda^2\delta)^2 + (2\lambda\zeta)^2}}{\sqrt{((1+\lambda^2)\delta-1)^2 + (2\zeta\lambda(1+\delta))^2}}$
ISD 型 Kelvin 模型-2	$m\ddot{x}_1 + b\ddot{x}_1 + c\dot{x}_1 + kx_1 = m_1 e \omega^2 \sin \omega t$	$\beta = \frac{\lambda^2}{\sqrt{(1-(1+\delta)\lambda^2)^2 + (2\zeta\lambda)^2(1+\delta)^2}}$
Maxwell 模型	$m\ddot{x}_1 + k(x_1 - x_3) = m_1 e \omega^2 \sin \omega t$ $k(x_3 - x_1) + c\dot{x}_2 = 0$	$\beta = \frac{\sqrt{\lambda^2 + (2\zeta\lambda^2)^2}}{\sqrt{(2\zeta)^2(\lambda^2 - 1)^2 + \lambda^2}}$
ISD 型 Maxwell 模型-1	$m\ddot{x}_1 + b(\ddot{x}_1 - \ddot{x}_4) = m_1 e \omega^2 \sin \omega t$ $b(\ddot{x}_4 - \ddot{x}_1) + k(x_4 - x_5) = 0$ $k(x_5 - x_4) + c\dot{x}_5 = 0$	$\beta = \frac{\sqrt{(\lambda\delta)^2 + 4(-1+\lambda^2\delta)^2\zeta^2}}{\sqrt{\lambda^2\delta^2 + (2\zeta)^2(1+\delta-\lambda^2\delta)}}$
ISD 型 Maxwell 模型-2	$m\ddot{x}_1 + b\ddot{x}_1 + k(x_1 - x_6) = m_1 e \omega^2 \sin \omega t$ $k(x_6 - x_1) + c\dot{x}_6 = 0$	$\beta = \frac{\sqrt{\lambda^2 + (2\lambda^2\zeta)^2}}{\sqrt{((1+\delta)\lambda)^2 + (2\zeta)^2(\lambda^2(1+\delta)-1)^2}}$

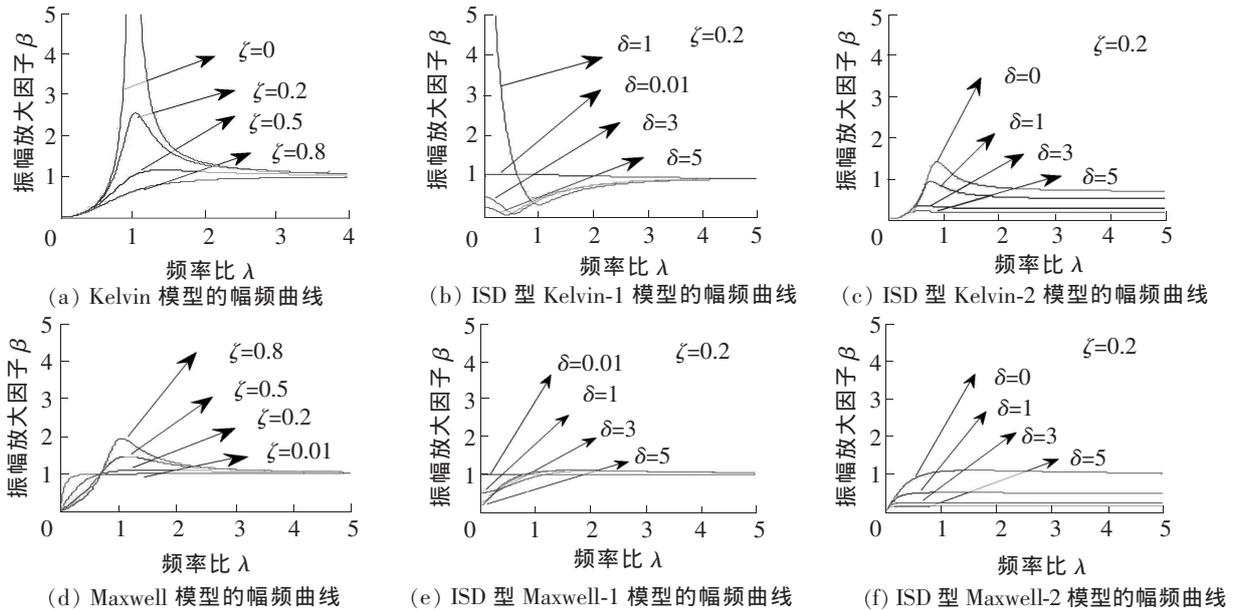


图 7 偏心质量引起的强迫振动下 6 种模型的幅频曲线

从表 3 和图 7 中可以得出:

(1) 在 $\lambda=1$ 即 $\omega=\omega_n$ 时, Kelvin 模型串联惯容后, 振幅放大因子由 $\beta \approx 0$ 变为 $\beta \approx 1/(\delta-1)$, 所以当 $\delta=1$ 时, 振幅趋近于无穷大; Maxwell 模型串联惯容后振幅放大因子由 $\beta \approx 0$ 变为 $\beta \approx 1/(\delta+1)$; Kelvin 和 Maxwell 模型并联惯容后振幅放大因子 β 没有变化, 说明激励频率远远小于固有频率时, 振幅和静位移大小相当。

(2) Kelvin 模型并联惯容后, 共振频率由 $\lambda \approx 1$ 变为 $\lambda = 1/\sqrt{1+\delta}$, 且惯容值越大振幅放大因子越小, 说明在并联惯容后, 减小了系统的固有频率, 使共振区提前, 且惯容值越大共振峰值就越小。

(3) 在 $\lambda \geq 1$ 即 $\omega \geq \omega_n$ 时, Kelvin 和 Maxwell 模型串联惯容后振幅放大因子 β 趋于 1, 但趋近方式与原模型远不相同; Kelvin 和 Maxwell 模型并联惯容后振幅放大因子由 $\beta \approx 1$ 变为 $\beta \approx \delta/(1+\delta)$, 有效地降低了系统的振幅, 说明并联惯容对减振有很好的效果。

5 结论

通过比较在 3 种不同激励下惯容分别串联和并联在 Kelvin 和 Maxwell 模型的振幅放大因子和频响曲线, 得到以下结论。

(1) Kelvin 和 Maxwell 模型并联惯容后, 可以在不减小弹簧刚度和增大质量的情况下减小系统的固有频率, 使共振区提前。且惯容值越大, 共振的峰值就越小, 减振隔振效果就越好。

(2) Kelvin 模型并联惯容后, 在频率比 $\lambda \approx 1/\sqrt{1+\delta}$ 时发生共振; 在支撑运动引起的强迫振动中当频率比 $\lambda \approx 1/\sqrt{1/\delta}$ 时, 振幅放大因子最小即隔振效果最佳。

(3) Kelvin 和 Maxwell 模型串联惯容后, 在简谐激励下可以增大振幅放大因子的衰减速度; 在支撑运动引起的强迫振动中, 可以有效地降低振幅放大因子。

(4) 相比于弹簧阻尼结构的 Kelvin 和 Maxwell 模型, ISD 系统具有更好的减振隔振效果。

(5) 弹簧、阻尼、惯容的组合方式还有很多, 三元件拓扑结构的其它模型有待进一步研究。

参 考 文 献

- [1] Smith M C. Synthesis of mechanical: The inerter[J]. Automatic Control, IEEE Transaction on, 2002 47(10): 1648-1662.
- [2] Papageorgiou C, Smith M C. Laboratory experiment testing of Inerters[C]//Decision and Control, 2005 European Con-

- trol Conference, CDC-ECC'05, 44th IEEE Conference on, IEEE, 2005:3351-3356.
- [3]Chen M Z Q, Papageorgiou C, Scheibe F, et al, The missing mechanical circuit element[J]. Circuits and Systems Magazine, IEEE, 2009, 9(1):10-26.
- [4]Wang F C, Chen C W, Liao M K, et al. Performance analyses of building suspension control with inerters[C]//Decision and Control, 2007, IEEE Conference on. IEEE, 2007:3786-3791.
- [5]Wang F C, Yu C H, Chang M L, et al. The performance improvements of train suspension systems with inerters[C]//Decision and Control, 2006, IEEE Conference on. IEEE, 2006:1472-1477.
- [6]Chen Z Q, Hu Y, Huang L, et al. Influence of inerter on natural frequencies of vibration systems[J]. Journal of Sound & Vibration, 2014, 333(7):1874-1887.
- [7]Hu Y, Chen M Z Q. Performance evaluation for inerter-based dynamic vibration absorbers[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2015, 99:297-307.
- [8]Hu Y, Chen M Z Q, Shu Z, et al. Analysis and optimisation for inerter-based isolators via fixed-point theory and algebraic solution[J]. Journal of Sound & Vibration, 2015, 346(1):17-36.
- [9]聂佳梅, 张孝良, 江浩斌, 等. 惯容器模型结构探索[J]. 机械设计与研究, 2012, 28(1):29-32.
- [10]支浩迪. Kelvin 模型和 Maxwell 模型在基底摇摆隔震中的比较[J]. 铁道建筑技术, 2015(9):62-64+79.
- [11]倪振华. 振动力学[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1989.
- [12]Asami T, Nishihara O. Analytical and experimental evaluation of an air damped dynamic vibration absorber: design optimizations of the three-element type model[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 1999, 121(3): 334-342.
- [13]王孝然, 申永军, 杨绍普. 单自由度系统强迫振动下 Kelvin 模型和 Maxwell 模型比较[J]. 石家庄铁道大学学报:自然科学版, 2016, 29(3):70-75.

Influence of Inerter on Kelvin and Maxwell Models Under Forced Excitation for Single-Degree-of-Freedom System

Li Zhuangzhuang, Shen Yongjun

(School of Mechanical Engineering, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China)

Abstract: The inerter is connected in series and in parallel based on the Kelvin and Maxwell models, respectively. The influence of system responses is studied under forced excitation. Firstly, the dynamic equations subjected to simple harmonic excitation, support movement and eccentric mass are listed. Then, the analytical solutions of each system and the amplitude-frequency response curves are obtained. Through the comparisons of the model's amplitude amplification factor and amplitude-frequency response curves, it is found that the parallel connected inerter can reduce the natural frequency without changing the stiffness and mass of the spring. The parallel connected inerter can make the resonance zone ahead, and has a good effect on vibration reduction and vibration isolation. The series connected inerter has effects on vibration reduction and vibration isolation when it is in simple harmonic excitation and support movement.

Key words: inerter; Kelvin model; Maxwell model; amplitude-frequency response curve