第 33 卷 第 3 期 石家庄铁道大学学报(自然科学版) Vol. 33 No. 3
2020 年 9 月 Journal of Shijiazhuang Tiedao University(Natural Science Edition) Sep. 2020

基于 MCKD 的振动信号压缩感知方法

何天远， 郝如江， 金治彬

(石家庄铁道大学 机械工程学院,河北 石家庄 050043)

摘要:齿轮箱在状态监测和故障诊断过程中,依据传统的奈奎斯特采样定律采集到的振动信号数据量过大,且传输速度过慢。针对这些问题提出了基于最大相关峭度解卷积(MCKD)的振动信号压缩感知(CS)方法。首先对原始信号进行 MCKD 降噪处理,获得比原始信号更为稀疏的信号;然后利用高斯随机矩阵作为信号压缩测量中的感知矩阵,通过离散余弦变换(DCT)生成完备字典;最后结合 L_1 范数重构算法对原始信号进行重构。实验结果表明,在相同压缩率下,与传统的压缩感知方法相比,本文所提的方法能有效地提高重构信号的相似度。

关键词:最大相关峭度解卷积;压缩感知;完备字典;轴承;故障诊断

中图分类号: TP277 文献标志码: A 文章编号: 2095－0373(2020)03－0007－07

0 引言

齿轮箱的状态监测和故障诊断,对防止发生突发事故和维持机械设备正常运行具有重大的意义[1]。在齿轮箱故障诊断研究中,很少有对信号采集方面的研究。目前被广泛采用的振动信号采样方法是以采样频率必须大于信号中最高频率 2 倍的奈奎斯特采样定理为基础的[2]。近年来,随着大型机械设备向综合、高速、连续和网络化趋势发展,如果依然采用基于奈奎斯特采样定理的采集系统采样信号,就会产生较高的采样频率,这样必然产生海量的监测数据[3]。因此,齿轮箱振动监测得到的海量数据面临着难以实时传输和储存速度过慢的问题。近年来出现的压缩感知(Compressed Sensing, CS)采样突破了传统的奈奎斯特采样定理[4]的限制。压缩感知理论通过以远低于奈奎斯特采样速率的频率对信号进行压缩采样并且直接得到信号的压缩表示,不需要经过信号采样和压缩 2 个单独的过程,即达到了采样和压缩同时进行的目的。最后,利用适当的压缩感知重构算法就可以高概率地重构出原始信号[5]。

针对上述问题,提出了一种基于最大相关峭度解卷积(Maximum Correlated Kurtosis Deconvolution, MCKD)的振动信号压缩感知方法。此方法通过对采集的振动信号进行 MCKD 预处理,提高信号的稀疏程度,再结合 L_1 范数重构算法对原始信号进行重构,在保证压缩率的前提下有效提高了信号的重构精度。

1 最大相关峭度解卷积原理

Mcdonald et al[6]提出的最大相关峭度解卷积旨在寻找出最优的 FIR 滤波器—$w(l)$,使故障信号的相关峭度达到最大值,因此可以认为 MCKD 的本质[7]就是用于提取周期性故障信号中的冲击成分。

MCKD 以相关峭度作为评定标准,构造有限冲击响应滤波器 f' 使周期已知信号通过滤波后相关峭度值达到最大,信号被噪声掩盖的周期冲击成分变得突出[8]。相关峭度是 MCKD 评定恢复信号 x 的重要指标,当 $CK_M(T)$ 达到最大值时,是 MCKD 处理的理想结果。

相关峭度的定义为

收稿日期:2019－04－08 责任编辑:车轩玉 DOI:10.13319/j.cnki.sjztddxxbzrb.20190056
基金项目:国家自然科学基金(51375319);石家庄铁道大学在读研究生创新能力培养资助项目(YC2019034)
作者简介:何天远(1993—),男,硕士研究生,研究方向为机电系统故障诊断。E-mail:939505757@qq.com
何天远,郝如江,金治彬.基于 MCKD 的振动信号压缩感知方法[J].石家庄铁道大学学报:自然科学版,2020,33(3):7-13.

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$CK_M(T)=\frac{\sum_{n-1}^{N}\left[\prod_{m=0}^{M}y=(n-mT)\right]^2}{\left(\sum_{n+1}^{n}y_n^2\right)^{M+1}} \tag{1}$$

式中,M 为位移数;T 为冲击信号的周期。

MCKD 算法目标函数为

$$\max_f CK_M(T)=\max_f \frac{\sum_{n-1}^{N}\left[\prod_{m=0}^{M}y=(n-mT)\right]^2}{\left(\sum_{n+1}^{n}y_n^2\right)^{M+1}} \tag{2}$$

式中,$f'=[f_1,f_2,\cdots,f_L]^{\mathrm{T}}$ 是长度为 L 的滤波器。

为了得到使 $CK_M(T)$ 取得最大值的最优滤波器,令

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}f_k}CK_M(T)=0 \tag{3}$$

式中,$k=1,2,\cdots,L$。

求得结果以矩阵的形式表达为

$$f'=\frac{\|y^2\|}{2\|\boldsymbol{\beta}\|^2}(\boldsymbol{X}_0\boldsymbol{X}_0^{\mathrm{T}})^{-1}\sum_{m=0}^{M}(X_{mT}\boldsymbol{\alpha}_m) \tag{4}$$

式中,$\boldsymbol{X}_r=\begin{bmatrix}x_{1-r} & x_{2-r} & x_{3-r} & \cdots & x_{n-r}\\ 0 & x_{1-r} & x_{2-r} & \cdots & x_{N-1-r}\\ 0 & 0 & x_{1-r} & \cdots & x_{N-2-r}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & 0 & \cdots & x_{N-L-R+1}\end{bmatrix}_{L\times N}$,$r=0,T,2T,\cdots,mT$;$\boldsymbol{\alpha}_m=\begin{bmatrix}y_{1-mT}^{-1}(y_1^2y_{1-T}^2\cdots y_{1-mT}^2)\\ y_{2-mT}^{-1}(y_2^2y_{2-T}^2\cdots y_{2-mT}^2)\\ \vdots\\ y_{N-mT}^{-1}(y_N^2y_{N-T}^2\cdots y_{N-mT}^2)\end{bmatrix}_{N\times 1}$;

$\boldsymbol{\beta}=\begin{bmatrix}y_1y_{1-T}\cdots y_{1-MT}\\ y_2y_{2-T}\cdots y_{2-MT}\\ \vdots\\ y_Ny_{N-T}\cdots y_{N-MT}\end{bmatrix}_{N\times 1}$。

MCKD 算法步骤如下:

(1) 确定滤波器的长度 L,位移数 M 和周期 T;

(2) 计算原始信号的 $\boldsymbol{X}_0$,$\boldsymbol{X}_0^{\mathrm{T}}$ 和 $(\boldsymbol{X}_0\boldsymbol{X}_0^{\mathrm{T}})^{-1}$;

(3) y_n 是滤波后的信号,由计算可得;

(4) $\boldsymbol{\alpha}_m$ 和 $\boldsymbol{\beta}$ 是由信号 y 解得的;

(5) 更新滤波器系数 f';

(6) 若 $\Delta CK_M(T)>\varepsilon$,则跳到第(3)步进行循环,若 $\Delta CK_M(T)<\varepsilon$,则停止迭代。$\varepsilon$ 是较小正数,作用是控制迭代终止。

2 压缩感知原理

压缩感知是利用数据的冗余特性,只采集少量有用的样本来还原真实采集数据。在采集数据的时候,直接采集 S 个有效的测量值,而不是满足传统的奈奎斯特采样定律要求的采样频率必须是信号最高频率的 2 倍或 2 倍以上[9]。

CS 理论的实现是以采集的原始信号本身是稀疏的或者在某变换域上稀疏作为前提条件的,采用测量矩阵观测被测信号,由观测值结合重建算法,如 L_1 范数算法、正交匹配追踪(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)算法等来重构信号[10]。

设振动信号为 $f\in R^{N\times 1}$,存在正交基 $\boldsymbol{\Psi}\in R^{N\times N}$ 可以使信号 x 被表示为

$$f=\boldsymbol{\Psi}\theta=\sum_{i=1}^{N}\theta_i\boldsymbol{\Psi}_i \tag{5}$$

式中,正交基 $\boldsymbol{\Psi}$ 是由一组函数组成的,$\boldsymbol{\Psi}=[\Psi_1,\Psi_2,\cdots,\Psi_N]$;变换系数 θ 理论上是稀疏的,也就是说 θ 中

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

含有极少数的非零项,其余数值均为零。然而实际信号很难有正交基能使 θ 稀疏,大部分都是近似稀疏的,即 θ 中有许多非零值,但其中绝大部分的数值近似为零,在 θ 中所占比重可以忽略不计。我们的目的就是寻找 $\boldsymbol{\Psi}$,使 θ 尽可能的稀疏。

将振动信号 f 投影得到观测基 $\boldsymbol{\Phi}$ 上,从而得到低维的观测矢量 y,理论公式为

$$y=\boldsymbol{\Phi}f \tag{6}$$

式中,$y\in R^{M\times 1}$ 为观测矢量,原始信号 $f\in R^{N\times 1}$。观测基 $\boldsymbol{\Phi}$ 由一组观测函数组成,$\boldsymbol{\Phi}=[\phi_1,\phi_2,\cdots,\phi_N]$。$\boldsymbol{\Phi}$ 需要满足一定的不相关性,即与 $\boldsymbol{\Psi}$ 不相关。由以上公式可得

$$y=\boldsymbol{\Phi\Psi}\theta=\boldsymbol{A}\theta \tag{7}$$

式中,$\boldsymbol{\Phi}$ 成为感知矩阵,$\boldsymbol{\Phi}=\boldsymbol{\Phi\Psi}$。当变换系数 θ 是 k 稀疏的,且 $k<M<N$ 时,从观测矢量 y 中求解 θ 是一个优化问题,求解公式如下

$$\min\|\theta\|_0 \text{ s.t. } y=\boldsymbol{\Phi}f=\boldsymbol{\Phi\Psi}\theta, \tag{8}$$

求解式(8)常用的方法有 L_1 范数算法、基追踪算法和 OMP 算法等。除此之外,压缩感知还有 2 个重要的条件——稀疏性和约束等距性(Restricted Isometry Property, RIP)[5]。即 f 是稀疏的,或者在某个变换域内是稀疏的。观测基 $\boldsymbol{\Phi}$ 必须满足 RIP 条件。

3　基于 MCKD 的压缩感知方法流程

基于 MCKD 的振动信号压缩感知方法流程如图 1 所示,算法步骤如下:

(1)对振动信号 f 进行采集;

(2)利用 MCKD 方法对采集的振动信号 f 进行降噪,提高信号的稀疏度;

(3)对降噪后的振动信号 f_1 进行压缩采样,得到测量值 y;

(4)利用 L_1 范数算法重构,得到重构系数 θ_1,求得重构信号 f_2;

(5)对 f_2 进一步分析,验证信号特征频率是否丢失。

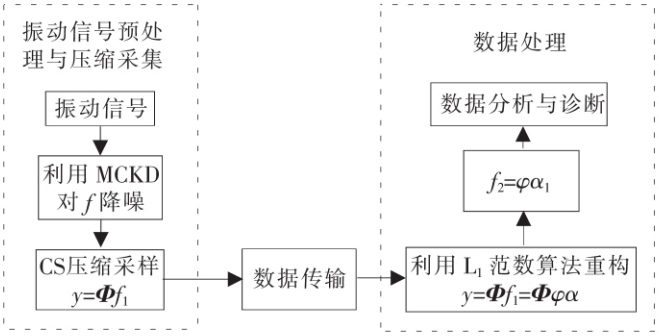


图 1　基于 MCKD 的振动信号压缩感知方法流程图

4　仿真分析

为验证基于 MCKD 的振动信号压缩感知方法是可以提高信号重构性能的,设置如下仿真信号进行实验分析。此仿真信号模拟的是轴承内圈局部故障时的振动信号。信号的采样频率为 16 000 Hz,采样点数为 4 000。

$$x(t)=\sum_{-\infty}^{+\infty}e^{-c(t-hT-\tau_h)}\cos[2\pi f_n(t-ht-\tau_h)]U(t-ht-\tau_h)2[1-0.5\cos(2\pi f_r t)]+n(t) \tag{9}$$

式中,$h=1,2,3\cdots$;f_r 为转频,$f_r=20$ Hz;f_n 为共振频率,$f_n=5\,000$ Hz;C 为信号衰减系数,大小为 1 000;τ_h 为第 h 次冲击相对于特征周期 T 的微小波动;随机波动服从均值为 0 的正态分布;标准差为转频的 0.5%;$n(t)$ 为高斯噪声,标准差为 2,加入噪声后的信号信噪比为 −11.27 dB;$U(t)$ 为单位阶跃函数;计算所得故障特征频率 $f_i=3.906$ Hz。

冲击信号波形图和仿真信号波形如图 2 所示,从图中明显可以看出,噪声已经完全掩盖了周期冲击成分,没有可循规律。

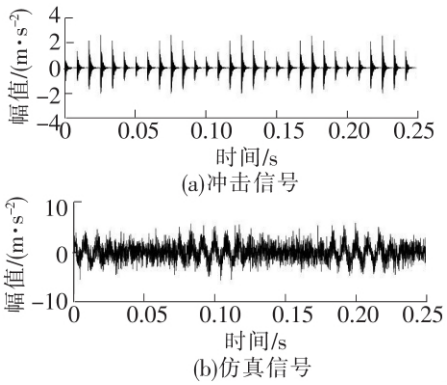


图 2　冲击信号和仿真信号的波形

利用 MCKD 将原始信号进行预处理,得到降噪后的信号 f_1。f 与 f_1 频域图如图 3 和图 4 所示。在模拟的振动信号中随机截取 512 个点进行分析,由公式(5)求得图 3 中信号 f 的稀

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

疏度为 450,图 4 中信号 f_1 的稀疏度为 325,对比可知降噪后信号更为稀疏。

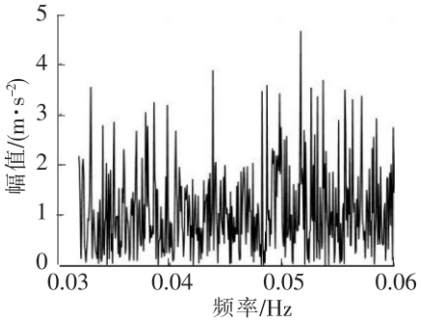


图 3 模拟故障信号 f 的频域图

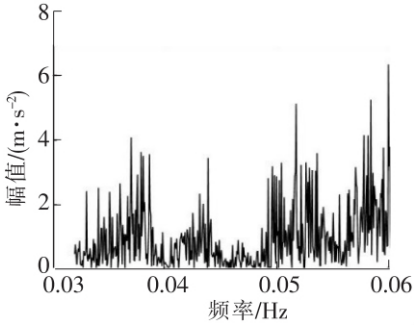


图 4 MCKD 降噪后模拟故障信号 f_1 的频域图

下面比较降噪后的信号 f_1 与原信号 f 利用压缩感知方法的重构性能。本文采用离散 Fréchet(弗雷歇)距离 δ 来评价 2 条曲线的相似度,采用压缩率来衡量振动信号的压缩程度,其定义如下:

(1)弗雷歇距离(Fréchet distance)。1906 年法国数学家 Maurice René Fréchet 提出了一种基于空间路径相似度的描述方式,其着重将路径空间距离考虑进去,对于有一定空间时序的曲线相似度的评价效率更高,这便是弗雷歇距离[11]。弗雷歇距离越小,说明重构信号与原始信号的差异越小,2 条曲线相似度越高[10]。其数学表达式为

$$\delta(P,Q)=\min_{\substack{\alpha[0,1]\to[0,j]\\ \beta[0,1]\to[0,u]}}\left\{\max_{t\in[0,1]}d(P[(\alpha(t)),Q(\beta(t))])\right\} \tag{10}$$

式中,j 为原信号轨迹 P 的长度;u 为重构信号轨迹 Q 的长度;$\alpha(t)$ 为原信号运动位置描述函数;$\beta(t)$ 为重构信号运动位置描述函数。若将变量 t 约束到区间[0,1]内,则有 $\alpha(0)=0$,$\alpha(1)=j$,$\beta(0)=0$,$\beta(1)=u$。

(2)压缩率(Compression rate, CR)。用压缩率来衡量振动信号的压缩程度,CR 值越大,信号压缩率越高[12]。其数学表达式为

$$CR=\frac{S_1-S_2}{S_1}\times 100\% \tag{11}$$

式中,S_1 为原信号长度;S_2 为压缩测量信号长度。

原始信号 f 经过传统的压缩感知方法重构生成的信号为 f_2。将降噪后的信号利用压缩感知方法生成观测值 y,然后由传输网络将观测值 y 传输到控制中心对其进行处理,通过 L_1 范数重构算法对其进行重构,生成新的信号 f_3。压缩率为 60%时,信号 f_3 的时域和频域如图 5 和图 6 所示。

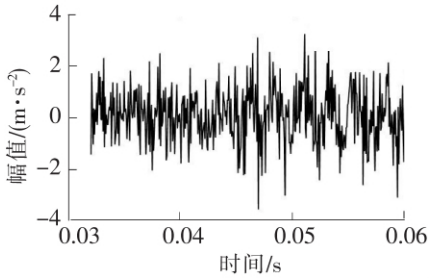


图 5 f_3 重构后信号的时域图

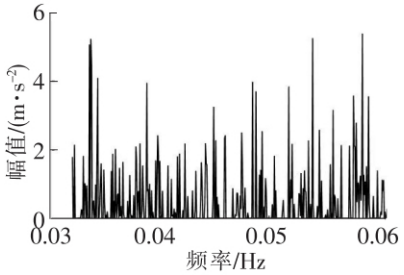


图 6 f_3 重构后信号的频域图

分别在 30%、40%、50%、60%、70%压缩率下,计算原始信号 f 与重构信号 f_2 的弗雷歇距离 δ_1;计算 MCKD 降噪后的信号 f_1 与重构信号 f_3 的弗雷歇距离 δ_2,结果如图 7 所示,从图中可以很明显地观察出,基于 MCKD 的振动信号压缩感知方法的相似度大于传统的压缩感知方法。

由于本次实验在先前已经对模拟信号进行了 MCKD 降噪处理,所以直接对降噪后重构的信号 f_3 进行包络解调分析。包络谱如图 8 所示,对于轴承内圈故障的 6 倍频、16 倍频及 23 倍频较为显著,因此能够认为故障是存在的。

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

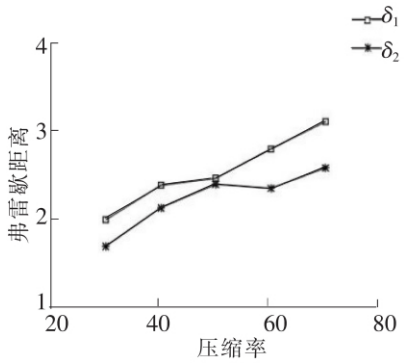
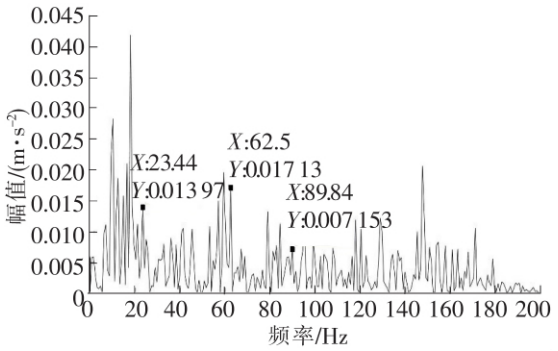


图 7　仿真信号在不同压缩率下的弗雷歇距离图



8　仿真信号经过 MCKD 降噪后重构信号的包络谱

5　实验验证

实验采用图 9 所示的动力传动故障诊断综合实验台(DDS 实验台)设置相关故障并对其进行实验验证。图 10 为内部的齿轮传动简图。轴承具体参数如表 1 所示。

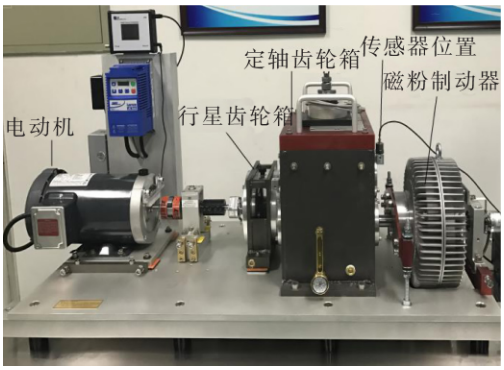


图 9　动力传动故障诊断综合实验台

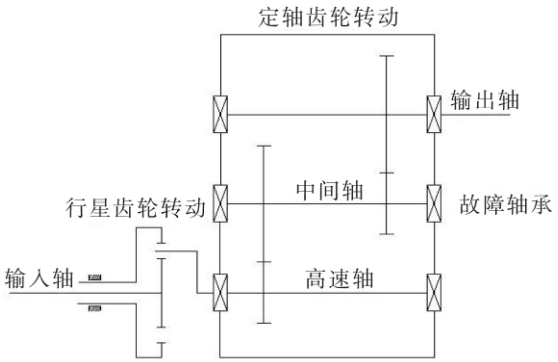


图 10　DDS 实验台齿轮传动简图

表 1　故障轴承几何参数

轴承型号	节圆直径 D/mm	滚珠直径 d/mm	滚珠个数 N	接触角 α/(°)
SKF6205	38.506 4	7.937 5	9	0

本次的实验为轴承内圈和齿轮缺齿的复合故障,故障位置在中间轴。故障的轴承和齿轮如图 11、图 12 所示。实验中电机的转频为 40 Hz,采样频率 12.5 kHz。通过计算,理论上轴承内圈的故障频率为 13.77 Hz,齿轮缺齿的故障频率为 91.35 Hz。

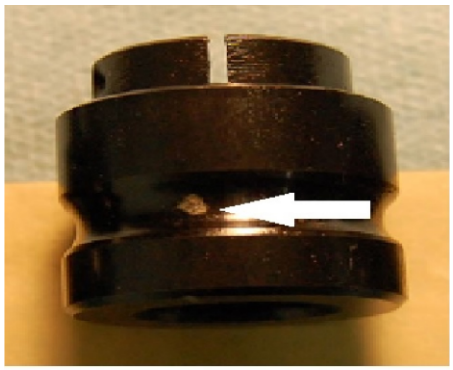


图 11　轴承内圈故障图



图 12　齿轮缺齿故障图

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

利用 MCKD 将实验采集的振动信号 f_4 进行预处理,得到降噪后的信号 f_5。f_4 与 f_5 频域如图 13、图 14 所示。在采集的振动信号中随机截取 1 024 个点进行实验分析,图 13 中信号 f_4 的稀疏度为 619,图 14 中信号 f_5 的稀疏度为 413,对比可知降噪后信号的频域图比原信号频域图更加稀疏。

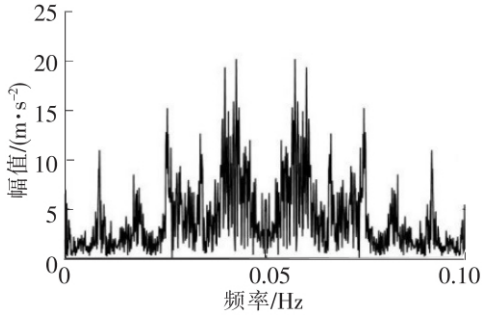


图 13 实验故障信号 f_4 的频域图

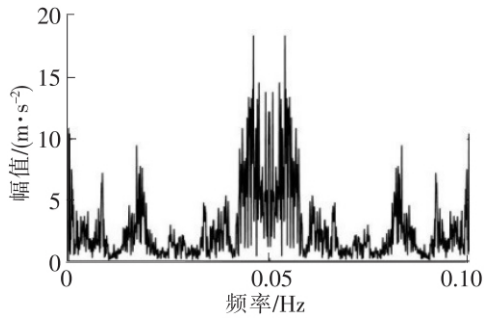


图 14 MCKD 降噪后实验故障信号 f_5 的频域图

下面比较降噪后的信号 f_5 与原信号 f_4 利用压缩感知方法的重构性能。将降噪后的信号 f_5 利用压缩感知进行压缩测量生成观测值 y_1,用 L_1 范数重构算法对其进行重构,生成新的信号 f_6。压缩率为 60%时信号 f_6 的时域和频域如图 15 和图 16 所示。

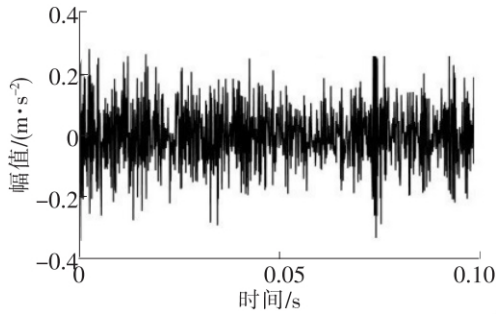


图 15 重构后信号 f_6 的时域图

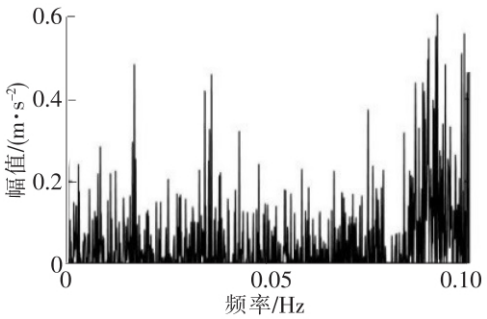


图 16 重构后信号 f_6 的频域图

在 30%、40%、50%、60%、70%压缩率下,计算原始信号 f_4 与其经过传统压缩采样重构后的信号的弗雷歇距离 δ_3;计算 MCLD 降噪后的信号 f_5 与其压缩采样后的重构信号 f_6 的弗雷歇距离 δ_4。实验结果如图 17 所示,从图中可以很明显地观察出,基于 MCKD 的振动信号压缩感知方法的相似度明显优于传统的压缩感知方法。

由于本次实验在先前已经对原始信号进行了 MCKD 降噪处理,故直接对降噪后重构的信号 f_6 进行包络解调分析。包络谱如图 18 所示,对于轴承内圈故障,2 倍频、6 倍频及 8 倍频较为显著,因此能够认为内圈故障是存在的。同理,对于缺齿故障,能够观察到 2 倍频,并且与理论的 1 倍频数值 91.35 Hz 相差较小,能够认为发生了齿轮缺齿故障。

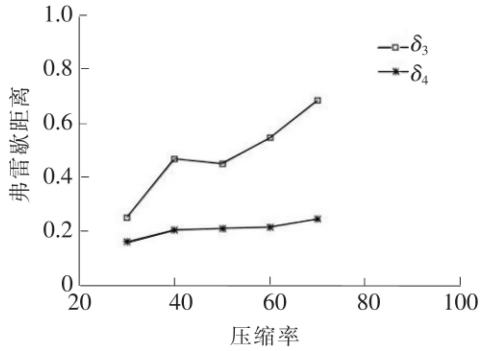


图 17 实测信号在不同压缩率下的弗雷歇距离图

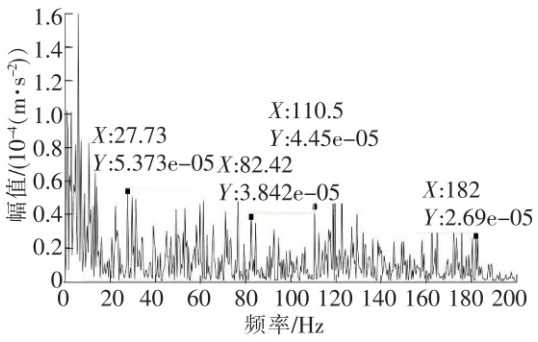


图 18 MCKD 降噪后重构信号的包络谱

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

6　结论

为了提高振动信号压缩传输性能，提出了一种基于 MCKD 的振动信号压缩感知方法。通过实验验证，证明了将信号先进行 MCKD 降噪预处理，能有效提高信号的稀疏程度，且预处理后的信号可压缩程度更大，压缩后再重构的精度更高。该方法在保证故障频率不丢失的前提下提高了信号的重构精度。在相似度一样的前提下能提高信号的压缩率，用更少的数据表示原始信号，为振动信号的数据传输提供了新的思路。

参　考　文　献

[1]史云林，郝如江，安雪君. 基于 EEMD 和单通道盲源分离的齿轮箱复合故障诊断研究[J]. 石家庄铁道大学学报：自然科学版，2019，32(1)：31-36.

[2]石斌. 基于压缩感知理论的机械振动信号稀疏分解理论研究[D]. 兰州：兰州理工大学，2017.

[3]郭俊锋，石斌，魏兴春，等. 基于 K-SVD 字典学习算法的稀疏表示振动信号压缩测量重构方法[J]. 机械工程学报，2018，54(7)：97-106.

[4]胡伟. 基于压缩感知的分布式视频处理技术研究[D]. 南京：南京邮电大学，2014.

[5]见春雨. 压缩感知算法及其在超宽带信道估计中的应用研究[D]. 南京：南京邮电大学，2012.

[6]Mcdonald G L，Zhao Q，Zuo M J. Maximum correlated Kurtosis deconvolution and application on gear tooth chip fault detection[J]. Mechanical Systems and Signal Processing，2012，33：237-255.

[7]唐贵基，王晓龙. 自适应最大相关峭度解卷积方法及其在轴承早期故障诊断中的应用[J]. 中国电机工程学报，2015，35(6)：1436-1444.

[8]钟先友，赵春华，陈保家，等. 基于 MCKD 和重分配小波尺度谱的旋转机械复合故障诊断研究[J]. 振动与冲击，2015，34(7)：156-161.

[9]王晓龙. 基于振动信号处理的滚动轴承故障诊断方法研究[D]. 北京：华北电力大学(北京)，2017.

[10]陈昆弘，刘小峰. 基于循环相关和 LPSO 算法的自适应 MCKD 方法的滚动轴承早期故障特征提取[J]. 振动与冲击，2017，36(22)：80-85，157.

[11]黄世泽，陈威，张帆，等. 基于弗雷歇距离的道岔故障诊断方法[J]. 同济大学学报：自然科学版，2018，46(12)：1690-1695.

[12]石斌，郭俊锋. 基于过完备字典稀疏表示振动信号压缩感知方法[J]. 机械设计与制造工程，2018，47(5)：51-55.

Compressed Sensing Method of Vibration Signal Based on MCKD

He Tianyuan，　Hao Rujiang，　Jin Zhibin

(School of Mechanical Engineering，Shijiazhuang Tiedao University，Shijiazhuang 050043，China)

Abstract：During the condition monitoring and fault diagnosis process of the gearbox，the amount of vibration signal data collected according to the traditional Nyquist sampling law is too large，and the transmission speed is too slow. Aiming at these problems，this paper proposed a vibration signal compression sensing (CS) method based on maximum correlated kurtosis deconvolution (MCKD). Firstly，the original signal wss denoised by MCKD to obtain sparser signal than the original signal. Then，using Gaussian random matrix as the perceptual matrix in signal compression measurement and a complete dictionary was generated by discrete cosine transform (DCT). Finally，the original signal was reconstructed by combining the L_1 norm reconstruction algorithm. The experimental results show that compared with the traditional compressed sensing method，the proposed method can effectively improve the similarity of reconstructed signals at the same compression rate.

Key words：MCKD；compressive sensing；complete dictionary；bearing；fault diagnosis

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net