第31卷 第4期 石家庄铁道大学学报(自然科学版) Vol. 31 No. 4
2018年12月 Journal of Shijiazhuang Tiedao University(Natural Science Edition) Dec. 2018

圆形基坑敞开式降水引起的地面沉降

杨建民[1,2], 刘 昌[1]

(1.天津大学 建筑工程学院,天津 300072;2.滨海土木工程结构与安全教育部重点实验室(天津大学),天津 300072)

摘要:无帷幕降水是空旷场地上基坑工程常采取的工程措施,许多基坑平面形状和抽水井分布都可以近似为圆形,将以上工程问题模型化为圆形基坑无帷幕降水,研究其引起的地面沉降,既是基础性理论研究,又具有工程应用价值。基于竖向分层、水平微分的思想,选取柱坐标应用土体一维压缩变形本构关系,建立单层偏微分控制方程和多层偏微分方程组,通过研究确定了圆坑井流降深函数,经求解获得上述方程组的理论解析解,解析解显示地面沉降值与井距的对数值呈线性关系。选取经典理论解和公开文献中相关实测数据验证了以上研究成果。所揭示的圆形基坑无帷幕降水引起的地面沉降值与井距值的半对数线性关系规律,可近似用于接近圆形的不规则基坑情况,具有广泛的工程应用价值。

关键词:敞开式降水;沉降;距离;圆形基坑

中图分类号:P642.4;P585 文献标志码:A 文章编号:2095-0373(2018)04-0001-09

0 引言

基坑降水导致地面沉降既是一个经典理论课题,又是一个工程热点问题。其中圆形基坑无止水帷幕抽水导致地面沉降的课题研究是其它复杂形状基坑和不同帷幕深度降水研究的基础,具有基础性理论研究意义。某些近似圆形的不规则基坑降水造成的地面沉降也可近似采用圆坑沉降结果做参考,本课题具有广泛的工程参考和应用价值。

降水引起的地表面沉降计算,主要有3种方法:其一是规范中的分层总和法;其二是适用性广泛的数值计算方法;其三是某些限制条件严格的理论解析解。针对圆形基坑无帷幕降水引起地面沉降的理论研究,目前国内外还无该方面文献,与之相近的研究偏重于工程实测和数值模拟。

工程实测方面的研究,宋丹举[1]结合分层总和法提出降水沉降简化计算公式,通过与郑州轨道交通一号线体育中心站降水实测沉降的对比分析,得到适合郑州地区的降水沉降修正系数。

数值计算方面的研究,Sunil S. Kishnani和Ronaldo I. Borja[2]应用有限元方法进行平面二维分析,研究了有支撑基坑在开挖过程中渗流对支护结构上土压力、支护结构变形和地面沉降的影响。Wang J X et al[3]应用三维有限差分方法研究了上海地铁9号线宜山路站基坑降水所产生的基坑周边水位降深、渗流场分布和地面沉降。Zhou N Q et al[4]应用三维有限差分方法研究了上海地铁10号线杭州路站基坑降水所产生的基坑周边水位降深和地面沉降。陈兴贤等[5]建立了深基坑降水与地面沉降耦合模型,采用有限元数值方法求解,对南京地铁三号线浦珠路站深基坑降水进行了模拟计算。金小荣等[6]采用二维有限元模型分析弹性模量、降水深度和渗透系数对基坑周围土体沉降性状的影响,研究了回灌和止水措施对减小地表变形的作用。刘微[7]对晋祠隧道明挖段用有限差分数值模拟软件FLAC3D分析基坑降水施工对周边环境影响,得出增大止水深度能够有效地减小地面沉降量的结论。凌俊峰[8]用FLAC3D计算索菲亚教堂地基土沉降变形位移场和地下水水位变化规律。黄颂扬[9]通过对抽水试验的分析研究了南宁盆地含水层的渗透系数与影响半径,应用地下水数值计算软件GMS对南宁轨道交通广西大学站出入口基

收稿日期:2017-10-19 责任编辑:车轩玉 DOI:10.13319/j.cnki.sjztddxxbzrb.2018.04.01

基金项目:天津大学青年骨干教师计划资助项目

作者简介:杨建民(1979—),男,博士,硕导,主要从事岩土工程教学与科研工作。E-mail:yangjianmin@tju.edu.cn

杨建民,刘昌.圆形基坑敞开式降水引起的地面沉降[J].石家庄铁道大学学报:自然科学版,2018,31(4):1-9.

坑降水渗流场进行了分析。刘波[10]以敞开式降水的武汉中心深基坑工程为例,介绍了武汉互层土地区大面积和大降深的深基坑降水设计方案,分析了敞开式降水对基坑周边地面沉降的影响。

1 理论论证

1.1 圆坑井流降深函数

含水层内单井抽水时,水位降深如图 1 所示。当群井中各井之间的距离小于影响半径时,彼此之间的降深和流量就会互相发生干扰。应用叠加原理,对于无越流的承压含水层、有越流的承压含水层和潜水含水层内布置群井抽水时,薛禹群[11]指出当群井抽水时间较长则可形成相对稳定的水位降落漏斗,在此漏斗范围内,任一点 i 的总降深 d_i 分别为

$$d_i = \sum_{j=1}^{n'} \frac{Q_j}{2\pi T}\ln\frac{R_j}{r_{ij}} \tag{1}$$

$$d_i = \sum_{j=1}^{n'} \frac{Q_j}{2\pi T}\ln\frac{1.123R}{r_{ij}} \tag{2}$$

$$H_i^2 - h_i^2 = \sum_{j=1}^{n'} \frac{Q_j}{\pi K}\ln\frac{R_j}{r_{ij}} \tag{3}$$

式中,Q_j 为井 j 的流量;R_j 为井 j 的影响半径;$T=KM$ 为承压含水层的导水系数,K 为含水层的渗透系数,M 为含水层的渗透系数;r_{ij} 为点 i 距井 j 的距离;n'为井的数量;B 为越流承压含水层的越流系数;H_i 为潜水含水层的初始厚度;h_i 为水位降落后潜水含水层的厚度。

式(1)和式(2)分别为无越流和有越流的承压含水层群井抽水导致的水位降深计算公式,式(3)为潜水含水层群井抽水导致的水位降深计算公式。

当各井流量 Q_j 和影响半径 R_j 彼此相等时,以上各式可以简化为

$$d_i=\frac{n'Q}{2\pi T}\ln\frac{R}{r_i^*} \tag{4}$$

$$d_i=\frac{n'Q}{2\pi T}\ln\frac{1.123B}{r_i^*} \tag{5}$$

$$H_i^2-h_i^2=\frac{n'Q}{\pi K}\ln\frac{R}{r_i^*} \tag{6}$$

式中,Q 为各井的流量;R 为各井的影响半径;$r_i^*=\sqrt[n']{r_{i1},r_{i2}\cdots,r_{in'}}$为等效距离。

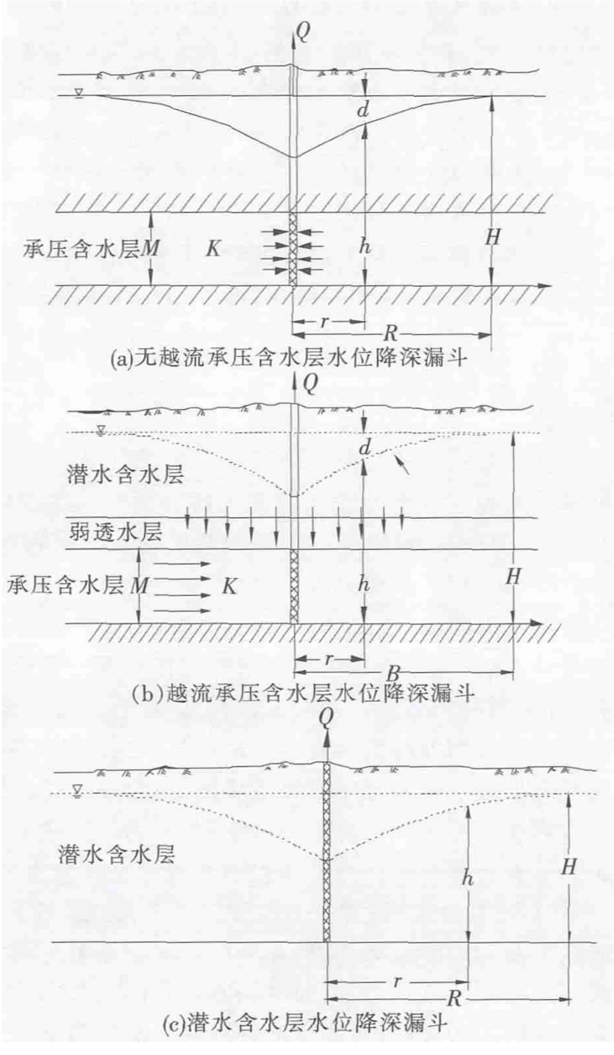

图 1 含水层水位降深漏斗简图

由式(4)～式(6)可以看出在无越流和有越流的承压含水层和潜水含水层中,任意布置的群井抽水引起的水位降落漏斗内任一点的水位降深跟等效距离呈半对数线性关系。

在均质等厚无限含水层(含水层可以为承压含水层或潜水含水层)中大面积均匀布井时,若开采地区可以概化为半径为 R 的圆形,当各井均匀抽水、总流量为 Q 时,张蔚榛[12-13]通过拉氏变换和 Hankel 变换,求得地下水位降深 d 的计算公式为

$$d(r,t') = \frac{Q}{\pi T}\int_0^\infty (1-\mathrm{e}^{-\beta^2\bar{t}})J_1(\beta)J_0(\beta\bar{r})\frac{\mathrm{d}\beta}{\beta} \tag{7}$$

式中,$\bar{t}=\frac{t'}{R/a}$,t'为时间,$a=\frac{T}{\mu'}$,μ'为贮水系数;$\bar{r}=\frac{r}{R}$,r 为到开采中心的距离;$T=KM$(在潜水含水层情况

下,$T=k\bar{h}$,$\bar{h}$ 为潜水含水层的平均厚度);β 为积分变量。

当 $t'\geqslant 0.5\dfrac{r^2}{a}$,在$\bar{r}>1$ 的区域,水位降深可以近似用以下公式计算

$$d(r,t')=\frac{Q}{4\pi T}(W(u)+0.5u_0\mathrm{e}^{-u}) \tag{8}$$

式中,$u=\dfrac{r^2}{4at'}$,$u_0=\dfrac{R^2}{4at'}=\dfrac{r^2}{4at'}\dfrac{1}{\bar{r}^2}=u\dfrac{1}{\bar{r}^2}$。

$$W(u)=\int_u^{\infty}\frac{1}{u}\mathrm{e}^{-u}\mathrm{d}u=-0.5772-\ln u-\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{u_n}{n\cdot n!} \tag{9}$$

进一步当 $t'\geqslant 5\dfrac{r^2}{a}$ 时,式(9)第三项可忽略不计[13],即

$$W(u)=-0.5772-\ln u=\ln\frac{2.25at'}{r^2} \tag{10}$$

此时 $u\leqslant 0.05$,$\mathrm{e}^{-u}\leqslant 0.95$,计算发现当 $\bar{r}>1$ 时,$0.5u_0\mathrm{e}^{-u}<0.024$(当 $\bar{r}>2$ 时,$0.5u_0\mathrm{e}^{-u}<0.006$),所以当 $\bar{r}>1$ 时,$0.5u_0\mathrm{e}^{-u}$这一项较 $W(u)$可忽略不计。

水位降深公式(8)最终可简化为

$$d=\frac{Q}{4\pi T}W(u)=\frac{Q}{4\pi T}\ln\frac{2.25at'}{r^2}=\frac{Q}{2\pi T}\ln\frac{1.5\sqrt{at'}}{r} \tag{11}$$

取开采区外任意两点 r_1 及 $r_2(r_2>r_1)$,当抽水持续时间 $t'\geqslant 5\dfrac{r_2^2}{a}$时,根据式(11)可得 r_1 和 r_2 处的水位降深差为

$$d(r_1,t')-d(r_2,t')=\frac{Q}{2\pi T}\ln\frac{r_2}{r_1} \tag{12}$$

从式(12)可以看出,当抽水持续时间较长时,均匀布井的圆形(近圆形)开采区坑外水位降深呈 $d-\ln r$ 半对数线性关系。

综上所述,在潜水含水层和承压含水层中,无论多井任意布置抽水还是圆形(近圆形)开采区内抽水,当形成稳定的水位降深漏斗时,测点水位降深都呈 $d-\ln r$ 半对数线性关系。该井流降深函数在下节地面沉降控制方程求解中会得到应用。

1.2　地面沉降控制方程导出

如图 2 所示,以抽水区域中心为原点的柱坐标系中,变形范围内土体分为 n 层,r 为距中心原点的距离,s_i 为各层顶面位移值(第 n 层底面处位移为零),d_{w_i} 为各层内水位降深值,E_{si},G_i,M_i 分别为各层的压缩模量、剪切模量和土层厚度。

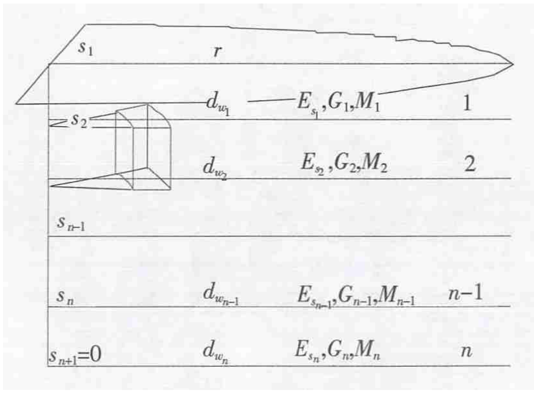

图 2　抽水引起沉降的理论分析模型图

基于以下几条假定,进行后面的理论分析:

(1)各土层内土体是均质、各向同性的;

(2)土体只发生竖向位移;

(3)土体径向相邻两点的位移差引起摩阻力;

(4)土体变形之应力应变满足线性关系。

无侧向变形下土层压缩量公式为[14]

$$\frac{s}{M}E_s=\Delta p \tag{13}$$

式中,s 为土层压缩量或沉降位移量;M 为土层厚度;E_s 为土层压缩模量;Δp 为土层所受应力增量。

抽水导致土层沉降时若总应力不变,则应力增量 Δp 由两部分组成,即水头降低导致的应力增量和径向相邻面相对位移导致的剪应力差值,其中前者导致土层有效应力增加,后者导致有效应力减小。即

$$\Delta p=\gamma_w d_w-\left(\frac{\partial\tau_{rz}}{\partial r}+\frac{\tau_{rz}}{r}\right)M \tag{14}$$

剪应力与剪应变和土层位移关系如下[16]

$$\tau_{rz}=G\gamma_{rz}=G\left(\frac{\partial u_r}{\partial z}+\frac{\partial s}{\partial r}\right) \tag{15}$$

式中,u_r 为土体径向位移。

当不考虑土体径向位移 u_r,即土体只发生竖向沉降位移时,则有 $\gamma_{rz}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}r}$。

综合以上,得土层沉降满足下面的公式

$$\frac{s}{M}E_s=\gamma_w d_w-GM\left(\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}r^2}+\frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}r}\right) \tag{16}$$

由土体的本构关系及边界条件可得各层土体控制方程为

第一层:

$$\begin{cases}\dfrac{(s_1-s_2)}{M_1}E_{s_1}=\gamma_w d_{w_1}-G_1M_1\left[\dfrac{\mathrm{d}^2(s_1-s_2)}{\mathrm{d}r^2}+\dfrac{1}{r}\dfrac{\mathrm{d}(s_1-s_2)}{\mathrm{d}r}\right]\\ s_1-s_2|_{r=R}=0\end{cases} \tag{17}$$

第二层:

$$\begin{cases}\dfrac{(s_2-s_3)}{M_2}E_{s_2}=\gamma_w d_{w_2}-G_1M_1\left[\dfrac{\mathrm{d}^2(s_1-s_2)}{\mathrm{d}r^2}+\dfrac{1}{r}\dfrac{\mathrm{d}(s_1-s_2)}{\mathrm{d}r}\right]-G_2M_2\left[\dfrac{\mathrm{d}^2(s_2-s_3)}{\mathrm{d}r^2}+\dfrac{1}{r}\dfrac{\mathrm{d}(s_2-s_3)}{\mathrm{d}r}\right]\\ s_2-s_3|_{r=R}=0\end{cases} \tag{18}$$

第 i 层:

$$\begin{cases}\dfrac{(s_i-s_{i+1})}{M_i}E_{s_i}=\gamma_w d_{w_i}-G_1M_1\left[\dfrac{\mathrm{d}^2(s_1-s_2)}{\mathrm{d}r^2}+\dfrac{1}{r}\dfrac{\mathrm{d}(s_1-s_2)}{\mathrm{d}r}\right]-G_2M_2\left[\dfrac{\mathrm{d}^2(s_2-s_3)}{\mathrm{d}r^2}+\dfrac{1}{r}\dfrac{\mathrm{d}(s_2-s_3)}{\mathrm{d}r}\right]-\cdots\cdots-\\ G_iM_i\left[\dfrac{\mathrm{d}^2(s_i-s_{i+1})}{\mathrm{d}r^2}+\dfrac{1}{r}\dfrac{\mathrm{d}(s_i-s_{i+1})}{\mathrm{d}r}\right]\\ s_i-s_{i+1}|_{r=R}=0\end{cases} \tag{19}$$

第 n 层:

$$\begin{cases}\dfrac{(s_n-0)}{M_n}E_{s_n}=\gamma_w d_{w_n}-G_1M_1\left[\dfrac{\mathrm{d}^2(s_1-s_2)}{\mathrm{d}r^2}+\dfrac{1}{r}\dfrac{\mathrm{d}(s_1-s_2)}{\mathrm{d}r}\right]-G_2M_2\left[\dfrac{\mathrm{d}^2(s_2-s_3)}{\mathrm{d}r^2}+\dfrac{1}{r}\dfrac{\mathrm{d}(s_2-s_3)}{\mathrm{d}r}\right]-\cdots\cdots-\\ G_nM_n\left[\dfrac{\mathrm{d}^2(s_n-0)}{\mathrm{d}r^2}+\dfrac{1}{r}\dfrac{\mathrm{d}(s_n-0)}{\mathrm{d}r}\right]\\ s_n-0|_{r=R}=0\end{cases} \tag{20}$$

1.3 地面沉降控制方程求解

先从第一层土体的控制方程式(17)开始求解,该式为非齐次微分方程,需先求解其齐次方程的一般解,再求得其一特解,则可得通解。

齐次方程可表示为

$$\frac{\mathrm{d}^2(s_1-s_2)}{\mathrm{d}r^2}+\frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}(s_1-s_2)}{\mathrm{d}r}+\frac{(s_1-s_2)}{G_1M_1^2}E_{s1}=0 \tag{21}$$

令 $s_1-s_2=y$、$r=x$、$\frac{E_{s1}}{G_1M_1^2}=c$,同时方程两边同乘以 x^2,式(21)变换为

$$x^2\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}+x\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}+cx^2y=0 \tag{22}$$

再令$\sqrt{c}x=t$,则$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\sqrt{c}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$、$\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}=c\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}$,式(22)变换为

$$t^2\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}+t\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}+t^2y=0 \tag{23}$$

式(23)为零阶 Bessel 方程,其通解为

$$\begin{cases} y = c_1 J_0(t) + c_2 Y_0(t) \\ J_0(t) = 1 - \dfrac{t^2}{2^2} + \dfrac{t^4}{2^4(2\,!)^2} - \dfrac{t^6}{2^6(3\,!)^2} + \cdots + (-1)^{k'}\dfrac{t^{2k'}}{2^{k'}(k'\,!)^2} + \cdots \\ Y_0(t) = \dfrac{2}{\pi}\left(\ln\dfrac{t}{2} + v\right) - \dfrac{2}{\pi}\sum_{k_1}^{\infty}\dfrac{(-1)^k}{(k\,!)^2}\left(\dfrac{t}{2}\right)^{2k}\sum_{m=1}^{k}\dfrac{1}{m} \end{cases} \tag{24}$$

式中,c_1、c_2 为任意常数;$J_0(t)$为零阶第一类 Bessel 函数;$Y_0(t)$为零阶第二类 Bessel 函数;v 是欧拉常数(通常取 $v=0.577$);$t=\dfrac{r}{M_1}\sqrt{\dfrac{E_{s1}}{G_1}}$。

当 t 取值较小,即在距抽水中心较近的地方同时土层厚度较大时,$J_0(t)\approx\dfrac{1}{\Gamma(1)}=1$,$(\Gamma(1)\to 1)$,$Y_0(t)\approx\dfrac{2}{\pi}\ln\dfrac{t}{2}$。式(24)可简化为

$$y=c_1+\frac{2c_2}{\pi}\ln\frac{t}{2} \tag{25}$$

当 t 取值较大,即在距抽水中心较远的地方时,$\dfrac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^k}{(k\,!)^2}\left(\dfrac{t}{2}\right)^{2k}\sum_{m=1}^{k}\dfrac{1}{m}\to 0$,$J_0(t)\to k$,其中 k 为一常数且 $k\ll 1$。式(24) 可简化为

$$y=c_1k+\frac{2c_2k}{\pi}\ln\frac{t}{2}+\frac{2vc_2k}{\pi} \tag{26}$$

令 $c_1{}'=c_1k+\dfrac{2vc_2k}{\pi}$ 和 $c_2{}'=c_2k$,则式(26)变为

$$y=c_1{}'+\frac{2c_2{}'}{\pi}\ln\frac{t}{2} \tag{27}$$

所以通解式(24)无论在 t 取值较小和较大时,都可以表示为式(25)的形式。

将原变量代回式(25)并化简得齐次方程的一般解

$$s_1-s_2=c_1+\frac{2c_2}{\pi}\ln\frac{\sqrt{c}}{2}+\frac{2c_2}{\pi}\ln r \tag{28}$$

下面求非齐次方程的一个特解,假设特解有如下形式

$$s_1-s_2=d_1+d_2\ln r \tag{29}$$

式中,d_1、d_2 为待定系数。

式(29)两边求导,得

$$\frac{\mathrm{d}^2(s_1-s_2)}{\mathrm{d}r^2}+\frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}(s_1-s_2)}{\mathrm{d}r}=0 \tag{30}$$

代入式(17),得

$$\frac{(s_1-s_2)}{M_1}E_{s_1}=\gamma_w d_{w_1} \tag{31}$$

由 1.1 节井流降深函数中的 $d-\ln r$ 半对数线性关系,结合图 3 所示,可以得到

$$d_{w_1}=s_w-\frac{Q}{2\pi T}\ln r \tag{32}$$

式中,s_w为含水层中心或抽水井内水位降深。将式(32)代入式(31)得特解为

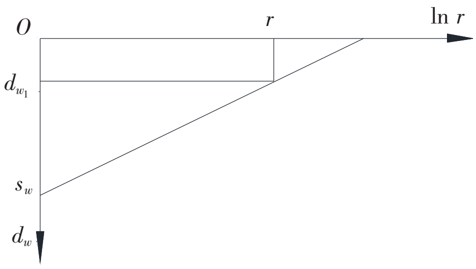

图 3　井流降深函数半对数坐标图

$$s_1-s_2=\frac{\gamma_w M_1}{E_{s_1}}s_w-\frac{\gamma_w M_1 Q}{2\pi T E_{s_1}}\ln r \tag{33}$$

对于同一层土体,$\dfrac{\gamma_w M_1}{E_{s_1}}$、$\dfrac{\gamma_w M_1 Q}{2\pi T E_{s_1}}$为定值常数,所以特解假设形式正确,综上式(17)的通解为

$$s_1-s_2=c_1+\frac{2c_2}{\pi}\ln\frac{\sqrt{c}}{2}+\frac{2c_2}{\pi}\ln r+\frac{\gamma_w M_1}{E_{s_1}}s_w-\frac{\gamma_w M_1 Q}{2\pi T_1 E_{s_1}}\ln r \tag{34}$$

取 $c_{11}=c_1+\dfrac{2c_2}{\pi}\ln\dfrac{\sqrt{c}}{2}+\dfrac{\gamma_w M_1}{E_{s_1}}s_w$,$c_{12}=\dfrac{\gamma_w M_1 Q}{2\pi T E_{s_1}}-\dfrac{2c_2}{\pi}$,式(34)化简为

$$s_1-s_2=c_{11}-c_{12}\ln r \tag{35}$$

将式(35)代入式(18),采用以上相同的求解方法可得

$$s_2-s_3=c_{21}-c_{22}\ln r \tag{36}$$

同理可求得各层计算公式为

$$\begin{cases} s_1-s_2=c_{11}-c_{12}\ln r \\ s_2-s_3=c_{21}-c_{22}\ln r \\ \cdots\cdots \\ s_n-0=c_{n1}-c_{n2}\ln r \end{cases} \tag{37}$$

1.4 地面沉降和分层沉降公式

下面进行抽水导致地面沉降及分层沉降计算公式的分析。

将各层计算公式(37)等号两边累加得

$$s_1=(c_{11}+c_{21}+\cdots+c_{n1})-(c_{12}+c_{22}+\cdots+c_{n2})\ln r \tag{38}$$

令 $C_{11}=c_{11}+c_{21}+\cdots+c_{n1}$、$C_{12}=c_{12}+c_{22}+\cdots+c_{n2}$,可得地面沉降公式为

$$s_1=C_{11}-C_{12}\ln r \tag{39}$$

代入式(37)中有

$$s_2=s_1-(c_{11}-c_{12}\ln r)=(C_{11}-c_{11})-(C_{12}-c_{12})\ln r=C_{21}-C_{22}\ln r \tag{40}$$

同理可得各分层沉降表达式为

$$\begin{cases} s_1=C_{11}-C_{12}\ln r \\ s_2=C_{21}-C_{22}\ln r \\ \cdots\cdots \\ s_n=C_{n1}-C_{n2}\ln r \end{cases} \tag{41}$$

以上理论论证表明圆形(近圆形)开采区抽水引起的地面沉降规律为式(39),即开采区外任一点处地面沉降值与该点到开采中心距离之间为半对数线性关系。

2 实例验证

选取 Jacob Bear 和 M. Yavuz Corapcioglu[15]在1981年推导的单井、群井抽水引起地面沉降的经典理论解,同时选取实际工程中圆形(近圆形)基坑敞开式降水导致土层沉降的第三方实测数据对本文以上论证进行验证。由于圆形基坑敞开式降水导致地面沉降的监测资料难以找到,本文验证案例中基坑均为近似圆形。实例一和实例二分别来源于国内文献[16]和文献[17]。

2.1 理论解验证

Jacob Bear 等人推导出单井抽水引起的沉降公式为

$$s=\frac{Q_w}{4\pi\bar{C}_v}W\left(\frac{r^2}{4\bar{C}_v t}\right) \tag{42}$$

群井(分布呈圆形)抽水引起的沉降公式为

当 $t>0.4\dfrac{r^2}{C_v}$ 且 $r<R$

$$s=\frac{\sum Q_w}{4\pi\bar{C}_v}\left\{W\left(\frac{R^2}{4\bar{C}_v t}\right)+\frac{4\bar{C}_v t}{R^2}\cdot\left[1-\exp\left(-\frac{R^2}{4\bar{C}_v t}\right)\right]-\left(\frac{r}{R}\right)^2\exp\left(-\frac{R^2}{4\bar{C}_v t}\right)\right\} \tag{43}$$

当 $t>0.4\dfrac{r^2}{C_v}$ 且 $r>R$

$$s=\frac{\sum Q_w}{4\pi C_v}\left[W\left(\frac{r^2}{4C_vt}+\frac{0.5R^2}{4C_vt}\right)\exp\left(-\frac{r^2}{4C_vt}\right)\right] \tag{44}$$

式中，t 为沉降时间；Q_w 为单位时间内的抽水量；C_v 为固结系数；r 为测点到沉降中心的距离；函数 W 为泰斯井流的井函数；R 为半径。

采用文献中选取的参数 $C_v=6\times10^3\ \mathrm{cm^2/s}$、$\sum Q_w=500\ \mathrm{L/s}$、$R=1.5\ \mathrm{km}$、$t=5\ \mathrm{a}$，利用群井抽水引起的沉降公式分别计算距群井中心不同距离点的沉降值见表 1，拟合沉降值 $s(m)$ 与距离对数值 $\ln r(\mathrm{m})$ 间函数关系式见式(45)，线性相关度为 94.95%，见图 4。

$$s=1.0519+0.1050\ln r \tag{45}$$

表 1　地面沉降与到井群中心距离汇总表

计算点	距离/m	沉降/cm
1	500	36.1
2	800	35.0
3	1 100	33.3
4	1 400	31.1
5	1 500	30.2
6	2 000	26.4
7	3 000	21.1
8	5 000	14.6
9	7 000	10.6

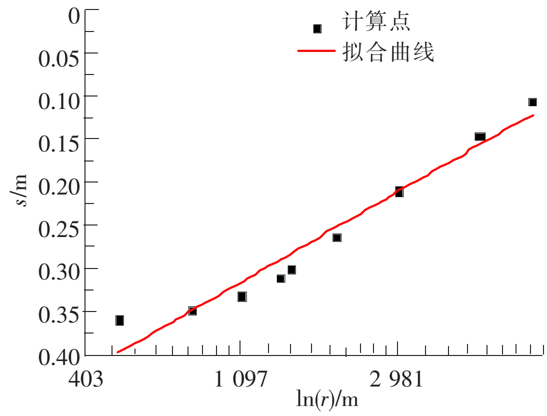

图 4　s-ln r 关系曲线

2.2　工程验证实例一

工程实例一[16]为秦皇岛市东港路二期改、扩建(港城大街—东山街)路堑结构 U 型槽工程，基坑分为南北两部分，北侧基坑近似为圆形，无止水帷幕。抽水井和观测点布置如图 5 和图 6 所示，T_0、T_1、T_3、T_6 为地面沉降观测点，各测点到井群中心距离 r 与实测地面沉降值 s 见表 2。拟合沉降值 $s(\mathrm{m})$ 与距离对数值 $\ln r(\mathrm{m})$ 间函数关系式见式(46)，线性相关度为 92.63%，见图 7。

$$s=0.2607-0.0484\ln r \tag{46}$$

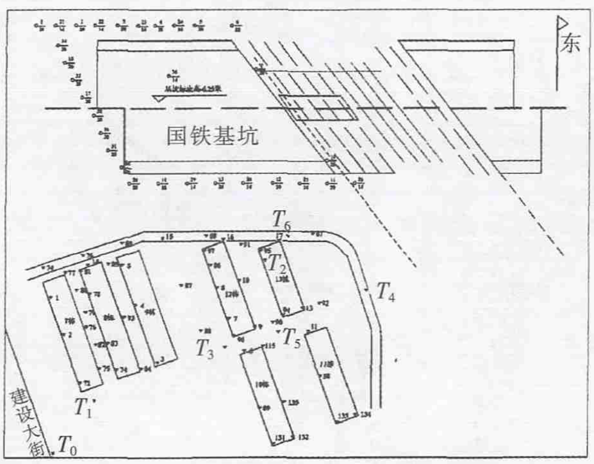

图 5　原文献中抽水点与沉降监测点布置图

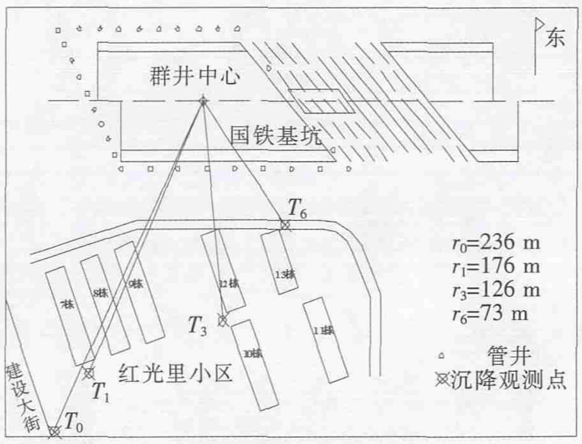

图 6　处理后的抽水点与沉降监测点布置图

表 2　地面沉降与到井群中心距离汇总表

测点	距离/m	沉降/mm
T_6	73	57.1
T_3	126	20.5
T_1	176	7.2
T_0	236	1.5

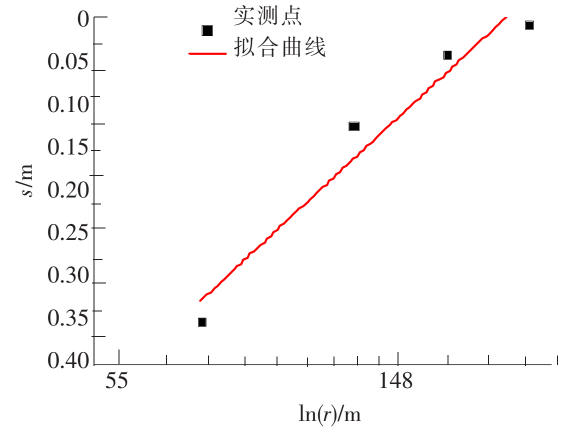

图 7　s-ln r 关系曲线

2.3　工程验证实例二

工程实例二[17]地点位于东莞市富民大街北面，基坑呈矩形，长 55 m，宽 35 m，近似为圆形，无止水帷幕。沉降观测点布置如图 8 和图 9 所示，$T_4 \sim T_7$ 为地面沉降观测点，各测点到井群中心距离 r 与实测地面沉降值 s 见表 3。拟合沉降值 s(m)与距离对数值 ln r(m)间函数关系式为式(47)，线性相关度为 88.22%，见图 10。

$$s = 0.082\,8 - 0.017\,6\ln r \tag{47}$$

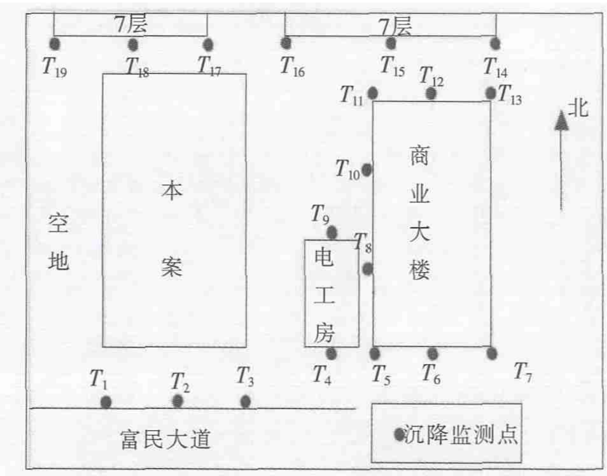

图 8　原文献中抽水点与沉降监测点布置图

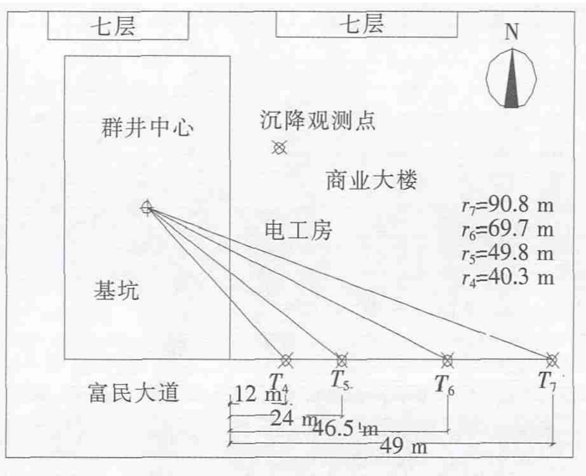

图 9　处理后的抽水点与沉降监测点布置图

表 3　地面沉降与到井群中心距离汇总表

测点	距离/m	沉降/mm
T_4	40.3	16.1
T_5	49.8	15.8
T_6	69.7	9.7
T_7	90.8	2.1

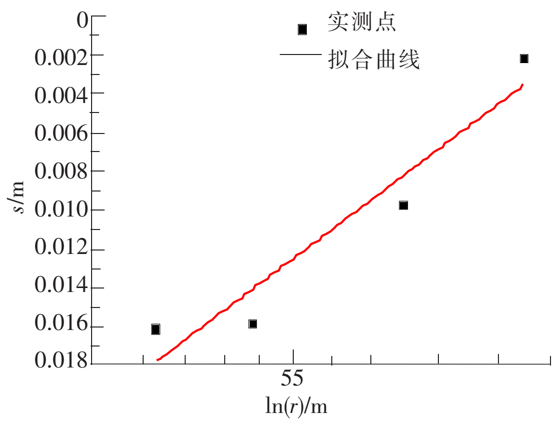

图 10　s-ln r 关系曲线

3　结论

针对抽水导致地面沉降这一热点问题，研究了圆形(近圆形)开采区抽水引起的地面沉降规律，并引申到过程中基坑敞开式降水引起的地面沉降规律中，经过合理假设和严格数学推导，得出测点地面沉降值与测点至井群中心距离呈半对数线性关系的规律，即：$s_1 = C_{11} - C_{12}\ln r$。

以上规律被抽水引起地面沉降的经典理论解以及国内两篇公开文献实测数据得到了较好的验证，线

性相关度分别为 94.95%,92.63%和 88.22%。

本章研究圆形基坑敞开式降水导致的地面沉降规律,对于近似圆形的不规则基坑外的地面沉降也可参考应用。

参 考 文 献

[1]宋丹举. 开敞式基坑降水引起的周边建筑物直接损失风险预测研究[D]. 郑州:郑州大学,2011.

[2]Kishnani S S, Borja R I. Seepage and soil-structure interaction effects in braced excavations[J]. Journal of Geotechnieal Engineering, 1993,119(5) : 912-928.

[3]Wang J X, Feng B, Liu Y, et al. Controlling subsidence caused by de-watering in a deep foundation pit[J]. Bull. Eng. Geol. Environ., 2012,71: 545-555.

[4]Zhou N Q, Vermeer PA, Lou R X, et al. Numerical simulation of deep foundation pit dewatering and optimization of controlling land subsidence[J]. Engineering Geology, 2010,114 : 251-260.

[5]陈兴贤,骆祖江,安晓宇,等. 深基坑降水三维变参数非稳定渗流与地面沉降耦合模型[J]. 吉林大学学报:地球科学版, 2013,43(5) : 1572-1578.

[6]金小荣,俞建霖,祝哨晨,等. 基坑降水引起周围土体沉降性状分析[J]. 岩土力学,2005,26(10) : 1575-1581.

[7]刘微. 晋祠隧道明挖段基坑降水对周边环境的沉降影响研究[D]. 焦作:河南理工大学,2011.

[8]凌俊峰. 邻近基坑降水对索菲亚教堂地面沉降的影响[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2007.

[9]黄颂扬. 南宁盆地深基坑降水方法研究与应用[D]. 南宁:广西大学,2013.

[10]刘波. 深基坑敞开式降水设计及其对地面沉降的影响[J]. 安全与环境工程,2013, 20(6) : 173-176.

[11]薛禹群. 地下水动力学原理[M]. 北京:地质出版社, 1986.

[12]张蔚榛. 地下水非稳定流计算和地下水资源评价[M]. 北京:科学出版社, 1983.

[13]张蔚榛. 地下水与土壤水动力学[M]. 北京:中国水利水电出版社, 1996.

[14]东南大学,浙江大学,湖南大学,等. 土力学[M]. 北京 :中国建筑工业出版社, 2008.

[15]Bear J, Corapcioglu M Y. Mathematical model for regional land subsidence due to pumping: 1. Integrated aquifer subsidence equations based on vertical displacement only[J]. Water Resources Research, 1981,17(4) : 937-946.

[16]乔焕新,白学敏,尹洪武,等. 基坑降水引发周围地面沉降的实例分析[J]. 华北科技学院学报,2007,4(3) : 47-51.

[17]李志平. 基坑降水引起的地面沉降分析[D]. 长沙:中南大学,2008.

Subsidence from Groundwater Pumping in Circular Excavation Without Waterproof Curtain

Yang Jianmin[1,2], **Liu Chang**[1]

(1. Department of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China;

2. Key Laboratory of Coast Civil Structure Safety (Tianjin University), Ministry of Education, Tianjin 300072, China)

Abstract: Groundwater pumping without waterproof curtain is a common engineering measure during excavation. Many of excavation shape and distribution of pumping wells were close to circularity. The mathematical model of pumping in circular excavation without waterproof curtain was built to study the land subsidence. The governing equations were founded for the soil element in cylindrical coordinate with the assumption that the relation between soil deformation and load was linear. The increase of effective stress came from the decline of groundwater level and frictional resistance. The relation between drawdown and distance resulting from pumping in circular excavation was founded. The approximate analytical solution showed that the relationship between soil subsidence and the logarithm of distance was linear. This was proved by classical theoretical solution and measured data. The rule of soil subsidence in this paper can be used to predict land subsidence from pumping of approximate circular excavation.

Key words: pumping without waterproof curtain; subsidence; distance; circular excavation