第31卷 第1期　石家庄铁道大学学报(自然科学版)　Vol. 31 No.1
2018年3月　Journal of Shijiazhuang Tiedao University(Natural Science Edition)　Mar. 2018

弹性阶段波形钢腹板简支曲线组合梁弯扭变形的解析解

刘　蓓[1]，　张彦玲[1]，　周　越[2]

(1.石家庄铁道大学 土木工程学院，河北 石家庄　050043；2.河南四方建设管理有限公司，河南 郑州　450000)

摘要：为了研究波形钢腹板简支曲线组合梁在弯扭复合作用下的挠度及扭转角效应，根据波形钢腹板自身的结构特点，考虑曲梁曲率、箱梁剪力滞效应、剪切变形和扭转变形，利用最小势能原理和变分法推导了弯扭效应微分方程，并采用伽辽金法进行求解，得到了竖向均布荷载下波形钢腹板简支曲线组合梁的挠度、扭转角的解析解，将计算结果与有限元模型计算结果进行了对比，结果吻合良好。

关键词：组合梁；曲线梁；波形钢腹板；弯扭效应；解析解

中图分类号：U441　**文献标志码**：A　**文章编号**：2095-0373(2018)01-0027-06

0　引言

波形钢腹板预应力混凝土(PC)组合箱梁是一种经济、施工简便的新型结构形式，其显著特点是用波形钢腹板取代了混凝土腹板和普通钢腹板，对减轻结构自重、提高结构强度和稳定性等起到了有利的作用[1-2]。自波形钢腹板组合箱梁出现以来，国内外陆续对这种新型桥梁进行了各方面的研究，包括抗弯[3-6]、抗扭[7-9]等。由于波形钢腹板具有良好的三维挠曲特性，适合于曲线桥，但关于波形钢腹板曲线组合梁的研究还相对较少。Hu Zhaotong et al[10]采用ANSYS数值模型分析了波形钢腹板曲线组合梁剪力滞效应；宫思维[11]根据薄壁杆件结构力学及曲线桥梁的分析方法，推导了波形钢腹板PC组合曲梁的弯曲正应力公式；仝波[12]考虑竖向挠曲、腹板剪切和扭转，推导了波形钢腹板PC曲线梁桥的弯扭耦合效应表达式。

以上文献通过数值分析和理论推导对波形钢腹板PC组合曲梁进行了研究。其中仝波[12]在弯扭效应推导中没有考虑剪力滞效应，且在推导过程中假设畸变翘曲函数与截面扭转角相等，相当于只考虑了自由扭转。因此本文在以上文献研究的基础上，全面考虑曲率、剪力滞效应、剪切变形和刚性扭转的影响，采用能量变分法对波形钢腹板简支曲线组合梁在弯扭复合作用下的挠度及扭转角效应进行推导。

1　弹性阶段波形钢腹板简支曲线组合梁弯扭效应的控制微分方程

由于波形钢腹板存在“褶皱”效应，其轴向刚度可忽略不计，因此可假设弯矩只由混凝土顶、底板承担，剪力只由波形钢腹板承担[7]。考虑沿截面横向上、下混凝土翼板的剪力滞效应，以及剪切变形对挠度的影响，计算截面的竖向挠曲应变能、腹板剪切应变能、约束扭转应变能，采用能量变分法得到波形钢腹板曲线组合梁在上述荷载下的弹性控制微分方程，并求解得到挠度、扭转角和畸变角等各种弯扭荷载效应。

1.1　弯曲应变能

本文所用坐标轴如图1。

收稿日期：2017-03-27　**责任编辑**：车轩玉　DOI：10.13319/j.cnki.sjztddxxbzrb.2018.01.06

基金项目：国家自然科学基金(51108281，51778377)；河北省高等学校科学技术研究项目(ZD2014025)

作者简介：刘蓓(1990—)，女，硕士研究生，研究方向组合结构桥梁，E-mail：1519144882@qq.com

刘蓓，张彦玲，周越.弹性阶段波形钢腹板简支曲线组合梁弯扭变形的解析解[J].石家庄铁道大学学报：自然科学版，2018，31(1)：27-32.

假设梁的竖向挠度为 $w(x)$,翼缘板的纵向位移函数为 $u(x,y)$,则

$$u(x,y)=-z_i w'(x)+f(y)\xi(x) \tag{1}$$

$$f(y)=\begin{cases}-z_u[1-(\dfrac{y}{b})^m] & \text{顶板}\\ -z_u[1-(\dfrac{b+ab-y}{ab})^m] & \text{悬臂板}\\ z_b[1-(\dfrac{y}{b})^m] & \text{底板}\end{cases} \tag{2}$$

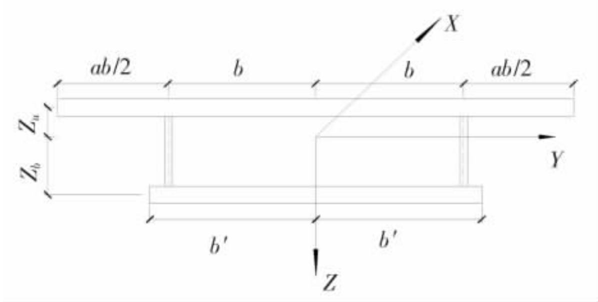

图1 本文所用坐标轴

式中,$\xi(x)$为翼缘板剪切转角的最大差值;z_i 为截面形心到顶、底板的距离;z_u 为截面形心到顶板形心的距离;z_b 为截面形心到底板形心的距离;$f(y)$为剪力滞翘曲形函数,其中,m 可以取 2、3、4。在本文中取 $m=3$。b、ab 分别为箱室净宽的一半和翼缘的长度。

由$\dfrac{\partial u(x,y)}{\partial x}$,且考虑到初曲率的影响,则上、下翼缘的弯曲剪力滞翘曲应变能为

$$V_{wu}=\frac{1}{2}\iint t_u E_c \varepsilon_{xu}^2 \mathrm{d}x\mathrm{d}y=\frac{1}{2}\iint t_u E_c\cdot\{-z_u[w''(x)-\frac{\varphi(x)}{R}]+f(y)\xi'(x)\}^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{3}$$

$$V_{wb}=\frac{1}{2}\iint t_b E_c \varepsilon_{xb}^2 \mathrm{d}x\mathrm{d}y=\frac{1}{2}\iint t_b E_c\cdot\{-z_b[w''(x)-\frac{\varphi(x)}{R}]+f(y)\xi'(y)\}^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{4}$$

由于波形钢腹板的弯曲应变能可忽略不计,可得弯曲总应变能

$$V_w=V_{wu}+V_{wb}=\frac{E_c}{2}\int[I_y(w''-\frac{\varphi'}{R})^2-2I_{yu}(w''-\frac{\varphi'}{R})\xi'+I_u(\xi')^2]\mathrm{d}x \tag{5}$$

式中,I_y 为箱梁横截面对 y 轴的惯性矩,即顶底板对形心 y 轴的惯性矩之和,$I_y=\int_A z^2\mathrm{d}A$;$I_{yu}$ 为箱梁翼板剪力滞翘曲惯性积,$I_{yu}=\int_A zf(y)\mathrm{d}A$;$I_u$ 为箱梁翼板剪力滞翘曲惯性矩,$I_u=\int_A[f(y)^2]\mathrm{d}A$。

1.2 约束扭转翘曲应变能

假设翘曲广义位移为 $\beta'(x)$,则曲线箱梁截面翘曲位移为

$$u(x,s)=u_0(x,0)-\bar{\omega}(s)[\beta'(x)+\frac{w'(x)}{R}] \tag{6}$$

式中,$u(x,s)$ 为梁截面上各点的纵向位移;$u(x,s)$ 为各点沿箱梁周边切线方向的位移;$u_0(x,0)$ 为积分常数,即起始点纵向位移值;$\bar{\omega}(s)$ 为广义扇性坐标,$\bar{\omega}=\int_0^s\rho\mathrm{d}s-\dfrac{\Omega\int_0^s\frac{\mathrm{d}s}{t}}{\int\frac{\mathrm{d}s}{t}}$;$\rho(s)$ 为截面扭转中心至箱壁任一点切线的垂直距离。

对于刚性扭转,假定截面周边不变形,按照平面应力问题的应力与应变关系,求得约束扭转正应力

$$\sigma_x=E_c\varepsilon_x=E_c[u'_0(x,0)-\bar{\omega}(s)(\beta''+\frac{\omega''}{R})] \tag{7}$$

式(7)成立的前提是需符合材料力学中材料单一匀质的假定,故需将组合截面中的钢材换算为等效混凝土,因此弹性模量 E_c 为换算截面的混凝土弹性模量。

根据薄壁杆件相关理论,若扭转极点取截面扭转中心,曲线坐标积分起点取广义扇性坐标零点时,广义惯性静矩则为零,此时有

$$\sigma_x=E_c\varepsilon_x=E_c\cdot[-\bar{\omega}(s)\cdot(\beta''+\frac{w''}{R})] \tag{8}$$

则由翘曲正应力产生的刚性扭转翘曲应变能为

$$V_{n1}=\frac{1}{2}\int\frac{B_l^2}{E_cI_{\bar{\omega}}}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_l E_cI_{\bar{\omega}}(\beta''+\frac{w''}{R})^2\mathrm{d}x \tag{9}$$

式中，$I_{\bar{\omega}}(s)$ 为广义扇形惯性矩，$I_{\bar{\omega}}(s)=\int\bar{\omega}^2(s)t\,\mathrm{d}s$，$t$ 为板厚；B_l 为翘曲双力矩，$B_l=\int\sigma_x\bar{\omega}(s)t\,\mathrm{d}s=-E_c(\beta''+\frac{w''}{R})\int\bar{\omega}^2(s)t\,\mathrm{d}s=-E_cI_{\bar{\omega}}(\beta''+\frac{w''}{R})$。

1.3 剪切应变能

剪切应变能包括三部分：第一部分为剪滞翘曲剪应变产生的翼板剪切应变能；第二部分为波形钢腹板的剪切应变能；第三部分为约束扭转剪切应变能。

1.3.1 剪力滞翘曲剪切应变能

根据式(1)，可得翼板剪滞翘曲剪应变为

$$\gamma_{xy}=\frac{\partial u(x,y)}{\partial y}=f'(y)\xi'(x) \tag{10}$$

则上、下翼缘的剪滞翘曲剪切应变能为

$$V_{q1}=V_{q1u}+V_{q1b}=\frac{1}{2}\iint t_uG_c\gamma_u^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y+\frac{1}{2}\iint t_uG_c\gamma_b^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\frac{G_c}{2}\int A_u\xi^2(x)\mathrm{d}x \tag{11}$$

式中，$A_u=\int_A[f'(y)]^2\mathrm{d}A$，指箱梁翼板剪力滞翘曲面积。

1.3.2 钢腹板剪切应变能

假定腹板剪切变形引起的剪切角为 η，则由剪切变形 η 所产生的应变势能为

$$V_{q2}=\frac{1}{2}\int_l\frac{G_eA_s}{\alpha}\eta^2\mathrm{d}x \tag{12}$$

式中，G_e 为波形钢腹板的有效剪切模量，即

$$G_e=\frac{a+c\cdot\cos\beta}{a+c}\cdot G_s=\frac{a+c\cdot\cos\beta}{a+c}\cdot\frac{E_s}{2(1+\upsilon_s)} \tag{13}$$

式中，A_s 为钢腹板剪切面积，$A_s=2t_wh$；α 为只考虑剪切变形时平截面假定的修正系数，取 $\alpha=1.2$。

1.3.3 约束扭转剪切应变能

扭矩作用下，箱梁截面上各点沿箱梁周边切线方向的位移可表示为

$$v(z,s)=\rho(s)\cdot(\varphi(x)+\frac{w(x)}{R}) \tag{14}$$

根据式(10) 和式(14)，可得约束扭转总剪应力为

$$\tau_s=G_c\gamma_s=G_c\cdot(\frac{\partial u}{\partial s}+\frac{\partial v}{\partial z})=G_c\cdot[\rho(s)\cdot(\varphi'+\frac{w'}{R})-\bar{\omega}'(s)(\beta'+\frac{w'}{R})] \tag{15}$$

已知 $\bar{\omega}'(s)=\rho-\frac{\Omega}{t}/\int\frac{\mathrm{d}s}{t}$，且令 $I_d=\Omega^2/\int\frac{\mathrm{d}s}{t}$，$I_\rho=\int\rho^2t\,\mathrm{d}s$。其中，$I_d$ 为自由扭转惯性矩；I_ρ 为极惯性矩；G_c 为换算截面的切变模量。

则横截面上总扭矩为

$$T=\int\tau_s\rho t\,\mathrm{d}s=G_c\int\gamma_s\rho t\,\mathrm{d}s=G_cI_d(\varphi'+\frac{w'}{R})+G_c(I_\rho-I_d)(\varphi'-\beta') \tag{16}$$

所得的式(16) 中，第一项为自由扭转扭矩，而第二项则为约束扭转扭矩。

则约束扭转剪切应变能为

$$V_{q3}=\frac{1}{2}\int_l(\frac{T_s^2}{G_cI_d}+\frac{T_w^2}{G_c(I_\rho-I_d)})\mathrm{d}x=\frac{G_c}{2}\int_l[I_d(\varphi'+w'/R)^2+(I_\rho-I_d)(\varphi'-\beta')^2]\mathrm{d}x \tag{17}$$

1.4 外力势能

竖向荷载下曲线梁的外力势能可由其内力(弯矩、剪力、扭矩)表示为

$$V_{h1}=-\int q(x)\cdot w(x)\mathrm{d}x-\int p(x)\cdot w'(x)\mathrm{d}x \tag{18}$$

$$V_{h2}=-\int_l Q(x)\cdot \eta'(x)\mathrm{d}x \tag{19}$$

$$V_{h3}=-\int_l m(x)\cdot \varphi(x)\mathrm{d}x \tag{20}$$

式中,$q(x)$,$p(x)$为沿曲线梁轴线方向(即 x 方向)的竖向荷载和集中荷载;$Q(x)$为沿曲线梁轴线方向(即 x 方向)的剪力;$m(x)$为沿曲线梁轴线方向(即 x 方向)的扭矩。

1.5 波形钢腹板曲线组合梁弯扭控制微分方程

1.5.1 总势能方程

由以上的应变能和外荷载势能可得到波形钢腹板曲线组合箱梁在弯扭作用下的总势能为

$$\begin{aligned}V=&V_w+V_q+V_n+V_h=\\&\frac{E_c}{2}\int_l[I_y(w''-\frac{\varphi'}{R})^2-2I_{yu}(w''-\frac{\varphi'}{R})\xi'+I_u(\xi')^2]\mathrm{d}x+\frac{G_q}{2}\int_l A_u\xi^2(x)\mathrm{d}x+\frac{1}{2}\int_l\frac{G_sA_s}{\alpha}\eta^2\mathrm{d}x+\\&\frac{1}{2}\int_l E_cI_{\bar{\omega}}(\beta''+\frac{w''}{R})^2\mathrm{d}x+\frac{1}{2}\int_l[GI_d(\varphi'+w'/R)^2+G(I_\rho-I_d)(\varphi'-\beta')^2]\mathrm{d}x-\\&\int_l q(x)\cdot w(x)\mathrm{d}x-\int_l p(x)\cdot w'(x)\mathrm{d}x-\int_l Q(x)\cdot\eta'(x)\mathrm{d}x-\int_l m(x)\cdot\varphi(x)\mathrm{d}x\end{aligned} \tag{21}$$

1.5.2 弯扭控制微分方程

根据最小势能原理,对式(21)进行变分,使 $\delta V=0$,可得

$$E_cI_y\cdot(w^{(4)}-\frac{\varphi'''}{R})-E_cI_{yu}\cdot\xi'''-GI_d\cdot(\frac{\varphi''}{R}+\frac{w''}{R^2})+EI_{\bar{\omega}}\cdot(\frac{\beta^{(4)}}{R}+\frac{w^{(4)}}{R^2})-q=0 \tag{22}$$

$$E_cI_y\cdot(w'''-\frac{\varphi''}{R})-E_cI_{yu}\cdot\xi''-GI_d\cdot(\frac{\varphi'}{R}+\frac{w'}{R^2})+EI_{\bar{\omega}}\cdot(\frac{\beta'''}{R}+\frac{w'''}{R^2})-p=0 \tag{23}$$

$$-E_cI_y\cdot(\frac{w''}{R}-\frac{\varphi}{R^2})+E_cI_{yu}\cdot\frac{\xi'}{R}-GI_d\cdot(\varphi''+\frac{w''}{R})-G(I_\rho-I_d)\cdot(\varphi''-\beta'')+m=0 \tag{24}$$

$$-G(I_\rho-I_d)\cdot(\varphi''-\beta'')+EI_{\bar{\omega}}\cdot(\beta^{(4)}+\frac{w^{(4)}}{R})=0 \tag{25}$$

$$E_cI_{yu}\cdot(w'''-\frac{\varphi'}{R})-E_cI_u\cdot\xi''+G_cA_u\cdot\xi=0 \tag{26}$$

$$\frac{GA}{\alpha}\eta-Q'=0\Rightarrow\eta=\frac{\alpha Q'}{G_sA_s} \tag{27}$$

且得到边界条件为

$$[EI_{yu}\cdot(w''-\frac{\varphi}{R})+EI_u\cdot\xi']\delta\xi\Big|_0^l=0 \tag{28}$$

2 波形钢腹板曲线组合梁弯扭控制微分方程的求解

建立的曲线箱梁控制微分方程可用各种数值方法求解,对于简支曲线箱梁,可采用伽辽金法进行求解。伽辽金法是一种数值分析方法,遵循虚功原理,这种方法主要通过简化计算,即将微分方程简化成线性方程组来求解。其计算具体方法是通过选取有限多项试函数(或称基函数、形函数),将它们叠加,使结果在求解域内及边界上均满足原方程,以此得到一组易于求解的线性代数方程,且自然边界条件自动满足。伽辽金法可广泛用于各种数学物理工程问题,为解决各种力学等问题提供了简便计算。

假设 $w_1=w_{10}\cdot\sin\frac{\pi x}{l}$,$\varphi_1=\varphi_0\cdot\sin\frac{\pi x}{l}$,$\xi=\xi_0\cdot\cos\frac{\pi x}{l}$,$\beta=\beta_0\cdot\cos\frac{\pi x}{l}$,根据式(22)~式(26),可得

$$[E_cI_y\cdot(\frac{\pi}{l})^4+\frac{GI_d}{R^2}\cdot(\frac{\pi}{l})^2+\frac{E_cI_{\bar{\omega}}}{R_2}\cdot(\frac{\pi}{l})^4]\cdot w_{10}+[\frac{E_cI_y}{R}\cdot(\frac{\pi}{l})^3+\frac{GI_d}{R}\cdot(\frac{\pi}{l})^2]\cdot\varphi_0-$$

$$E_c I_{yu} \cdot (\frac{\pi}{l})^3 \cdot \xi_0 + \frac{EI_{\bar{\omega}}}{R} \cdot (\frac{\pi}{l})^4 \cdot \beta_0 = q_0 \tag{29}$$

$$[E_c I_y \cdot (\frac{\pi}{l})^3 + \frac{GI_d}{R^2} \cdot \frac{\pi}{l} + \frac{E_c I_{\bar{\omega}}}{R_2} \cdot (\frac{\pi}{l})^3] \cdot w_{10} + [\frac{E_c I_y}{R} \cdot (\frac{\pi}{l})^2 + \frac{GI_d}{R} \cdot \frac{\pi}{l}] \cdot \varphi_0 - E_c I_{yu} \cdot (\frac{\pi}{l})^2 \cdot \xi_0 + \frac{EI_{\bar{\omega}}}{R} \cdot (\frac{\pi}{l})^3 \cdot \beta_0 = p_0 \tag{30}$$

$$[\frac{E_c I_y}{R} \cdot (\frac{\pi}{l})^2 + \frac{GI_d}{R} \cdot (\frac{\pi}{l})^2] \cdot w_{10} + [\frac{E_c I_y}{R^2} + GI_d \cdot (\frac{\pi}{l})^2 + G(I_\rho - I_d) \cdot (\frac{\pi}{l})^2] \cdot \varphi_0 - \frac{E_c I_{yu}}{R} \cdot \frac{\pi}{l} \cdot \xi_0 - G(I_\rho - I_d) \cdot (\frac{\pi}{l})^2 \cdot \beta_0 = -m_0 \tag{31}$$

$$\frac{EI_{\bar{\omega}}}{R} \cdot (\frac{\pi}{l})^4 \cdot w_{10} + G(I_\rho - I_d) \cdot (\frac{\pi}{l})^2 \cdot \varphi_0 + [EI_{\bar{\omega}} \cdot (\frac{\pi}{l})^4 - G(I_\rho - I_d) \cdot (\frac{\pi}{l})^2 \cdot \beta_0 = 0 \tag{32}$$

$$-E_c I_{yu} \cdot (\frac{\pi}{l})^3 \cdot w_{10} - \frac{E_c I_{yu}}{R} \cdot \frac{\pi}{l} \cdot \varphi_0 + [EI_u \cdot (\frac{\pi}{l})^2 + GA_u] \cdot \xi_0 = 0 \tag{33}$$

式中,q_0,p_0,m_0 为作用在梁上的均布荷载、集中力以及均布扭矩。

另外,根据文献[5]对剪切变形的相关推导,由剪切变形引起的挠度为

$$w_{20} = \iint \frac{\alpha Q'}{G_s A_s} \mathrm{d}y \mathrm{d}x + a_{11} x + a_{21} \tag{34}$$

总的挠度为

$$w = w_{10} + w_{20} \tag{35}$$

3　算例

采用推导的结果对文献[15]中的算例进行计算:某波形钢腹板简支曲线组合梁曲率半径为 60 m,圆心角为 20.37°,桥长 21.32 m,计算跨径为 20.45 m。截面尺寸具体如图 2 所示。顶板宽度 7 m,厚度 0.25 m,底板宽度 4.5 m,厚度 0.25 m,净宽 4 m,波形钢腹板厚度 10 mm,截面总高度为 1.5 m,采用 1600 型波形钢腹板。为简化计算,荷载只考虑梁体自重,将自重换算为均布荷载 76.4 kN/m,未加载扭矩。

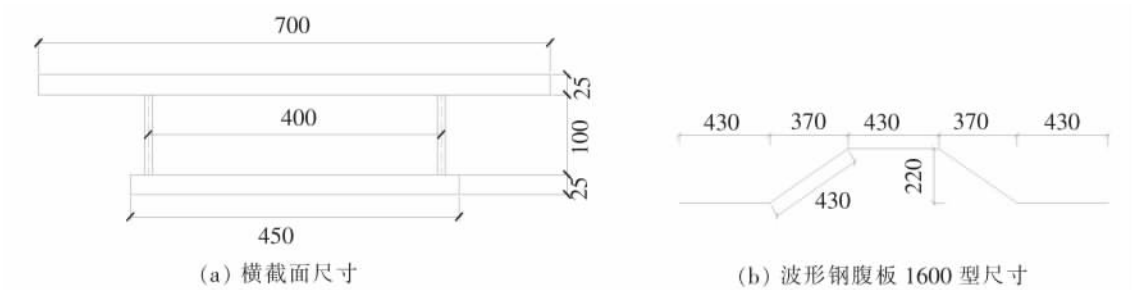

图 2　波形钢腹板算例尺寸(单位:cm)

在计算截面特性前,需要将两种材料转换为一种材料,符合材料力学和本文中的假设,本文将钢转换为混凝土来计算截面特性。计算的截面特性如下:

中性轴到顶板的距离为 0.37 m,到底板的距离为 0.63 m。且计算得,$I_y = 1.085\ \mathrm{m}^4$,$I_{yu} = -1.363\ 9\ \mathrm{m}^6$,$I_u = 59.18\ \mathrm{m}^4$,$A_u = 6.02\ \mathrm{m}^2$,$I_{\bar{\omega}} = 0.325\ \mathrm{m}^6$,$I_d = 1.3\ \mathrm{m}^4$,$I_\rho = 4.744\ \mathrm{m}^4$。

在本文中,若不考虑剪力滞效应时,得到跨中挠度值为 7.7 mm。文献[15]针对该算例建立了 ANSYS 有限元模型,其挠度的数值计算结果为 7.235 mm,理论推导结果为 7.737 mm,可见本文若不考虑剪力滞效应时,计算结果与文献[15]理论推导结果相近;考虑剪力滞效应时,计算结果与有限元数值计算结果更接近。扭转角根据截面特性求得 0.012 396°。经过计算结果和有限元结果对比,可以认为本文推导出的公式正确。

4 结论

本文针对波形钢腹板简支曲线组合梁,全面考虑曲率、剪力滞效应、剪切变形和刚性扭转的影响,采用能量变分法对其弯扭效应进行了理论推导,并采用伽辽金法,得到了挠度和扭转角的解析结果,经文献中的数值算例验证,结果正确。

参 考 文 献

[1]徐强,万水等.波形钢腹板PC组合箱梁桥设计与应用[M].北京:人民交通出版社,2009:1-3.

[2]Ren D L, Wan S. Design and application of PC composite box-girder bridge with corrugated steel webs[J]. Applied Mechanics & Materials, 2011, 71-78:1168-1172.

[3]Zhou M, Liu Z, Zhang J, et al. Deformation analysis of a non-prismatic beam with corrugated steel webs in the elastic stage[J]. Thin-Walled Structures, 2016, 109:260-270.

[4]吴文清.波形钢腹板组合箱梁剪力滞效应问题研究[D].南京:东南大学土木工程学院,2002.

[5]李宏江,叶见曙,万水,等.剪切变形对波形钢腹板箱梁挠度的影响[J].交通运输工程学报,2002,2(4):17-20.

[6]Ren D L, Zhao F H. Research on bending performance of continuous composite girder bridge with corrugated steel webs [J]. Applied Mechanics & Materials, 2013, 438/439:865-868.

[7]李宏江.波形钢腹板箱梁扭转与畸变的试验研究及分析[D].南京:东南大学土木工程学院,2003.

[8]Mo Y L, Jeng C G, Chang Y S. Torsional behavior of prestressed concrete box girder bridges with corrugated steel webs [J]. ACI Structural Journal, 2000, 97(6): 849-859.

[9]聂建国,唐亮. 波形钢腹板PC组合箱梁纯扭性能的非线性分析[J]. 中国公路学报,2007,20(5):71-77.

[10]Hu Zhaotong, Chen Xi. Finite element analysis on shear-lag effect in curved continuous box girder with corrugated steel webs[C]. ICCTP 2009: Critical Issues in Transportation Systems Planning, Development, and Management, 2009 ASCE: 2213-2218.

[11]宫思维.波形钢腹板组合曲梁结构特点及力学性能[D]. 南宁:广西工学院土木工程学院,2012.

[12]仝波.波形钢腹板在曲线梁桥中的应用与研究[D].兰州:兰州交通大学土木工程学院,2015.

Analytical Flexural-torsional Deformation of Simply Supported Curved Composite Beam with Corrugated Steel Webs in Elastic Stage

Liu Bei[1], **Zhang Yanling**[1], **Zhou Yue**[2]

(1. School of Civil Engineering, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China;
2. Henan Sifang Construction and Management Co., Ltd, Zhengzhou 450000, China)

Abstract: In order to research the deformation and torsional angle of the simply supported curved composite beams with corrugated steel webs, the bending-torsional differential equations are deduced by using the minimum energy principle according to the structural characteristics of the corrugated steel web, and considering the curvature of curved girder, shear lag effect of box girder, shear deformation and torsional deformation. The analytical solutions of the vertical deformation and torsional angle of the simply supported curved composite beams with corrugated steel webs under the vertical distribution load are obtained by Galerkin Method. The theoretical results have good consistency with the numerical results of the finite element model.

Key words: steel-concrete composite beam; curved beam; corrugated steel web; bending-torsional effect; analytical solution