

长悬臂混凝土箱梁翼缘板荷载有效分布宽度计算分析

郭晓雷¹, 卜建清²

(1. 石家庄铁道大学 交通运输学院, 河北 石家庄 050043;

2. 石家庄铁道大学 土木工程学院, 河北 石家庄 050043)

摘要:长悬臂混凝土箱梁由于增加了翼缘板的长度,采用我国规范的荷载有效分布宽度进行翼缘板受力计算将造成配筋与实际不符。以有限元为基础,采用大型有限元 ANSYS 软件建立不带边梁全箱梁模型以及带边梁全箱梁模型,考虑翼缘板长度、厚度以及荷载作用位置在不同坡度的情况下,进行荷载有效宽度计算对比分析,结论表明,长悬臂翼缘板的边梁效应不容忽视。并根据最小二乘法原理,利用 Matlab 软件拟合得出不带边梁全箱梁模型和带边梁全箱梁模型翼缘板荷载有效宽度的计算公式,为翼缘板配筋计算提供帮助。

关键词:长悬臂;翼缘板;边梁;最小二乘法;荷载有效分布宽度

中图分类号:TU997 **文献标志码:**A **文章编号:**2095-0373(2017)04-0001-06

0 引言

随着城市空间问题越趋于严重,混凝土箱梁开始采用增加翼缘板长度的长悬臂混凝土箱梁,然而我国规范在进行翼缘板配筋设计时采用的荷载有效分布宽度计算公式只适用于短悬臂板^[1],对于长悬臂翼缘板进行计算分析将造成配筋不足而致使翼缘板开裂。沙柯(Sawko)^[2]与加拿大贝达巴赫(Baidar Bahkt)^[3]分别提出了等厚度无限宽矩形行车道翼缘板的弯矩和剪力的表达式以及适用于长悬臂截面带边梁的巴赫公式。然而,我国规范以及沙柯与巴赫的计算翼缘板根部弯矩方法,均以这样的假设为前提,即将翼缘板根部视为嵌固端,并未考虑翼缘板的空间效应。文献[4-5]虽然考虑了空间效应,并分析了翼缘板根部弯矩的分布规律,然而并没有指出翼缘板内弯矩的计算方法。文献[6]在计算时忽略了翼缘板厚度这一重要因素而导致计算结果有很大差异,同时也未考虑边梁的影响。本文通过对带边梁全箱梁模型以及不带边梁全箱梁模型进行计算分析,考虑翼缘板长度、厚度以及荷载作用位置的影响,分析荷载有效分布宽度的变化规律,并根据最小二乘法原理拟合实用公式,为翼缘板计算配筋提供帮助。

1 模型建立及荷载有效分布宽度计算方法

1.1 建立长悬臂箱梁有限元模型

计算模型为单箱单室长悬臂混凝土简支箱梁模型,不带边梁全箱梁模型桥面宽度 14.5 m,高 1.8 m,桥梁全长 32 m,翼缘板长 $L=4.5$ m,翼缘板根部 $t_2=0.4$ m,翼缘板端部 $t_1=0.2$ m,箱梁截面参数如图 1 所示;带边梁全箱梁模型为在翼缘板端部增加边梁,其尺寸为 $b \times h=0.25$ m $\times$ 0.5 m,箱梁截面参数如图 2 所示。

箱梁计算模型采用大型有限元软件 ANSYS 进行建模分析,模型采用 solid65 实体单元进行模拟,网

收稿日期:2016-07-02 责任编辑:车轩玉 DOI:10.13319/j.cnki.sjztdxxb.2017.04.01

基金项目:河北省自然科学基金(E2013210104);河北省高校百名创新人才支持计划(II);河北省人才工程培养经费资助科研项目(A201400213)

作者简介:郭晓雷(1992-),男,硕士研究生,主要研究领域为桥梁力学行为分析。E-mail:991662147@qq.com

郭晓雷,卜建清.长悬臂混凝土箱梁翼缘板荷载有效分布宽度计算分析[J].石家庄铁道大学学报:自然科学版,2017,30(4):1-5.

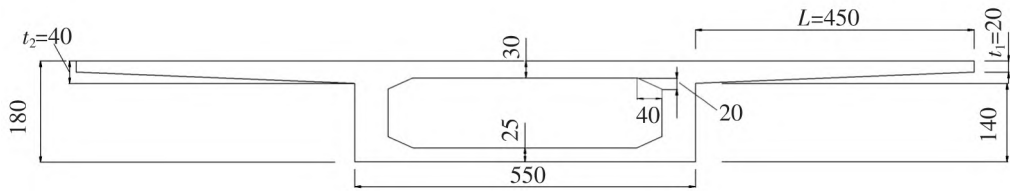


图 1 不带边梁全箱梁横截面(单位:cm)

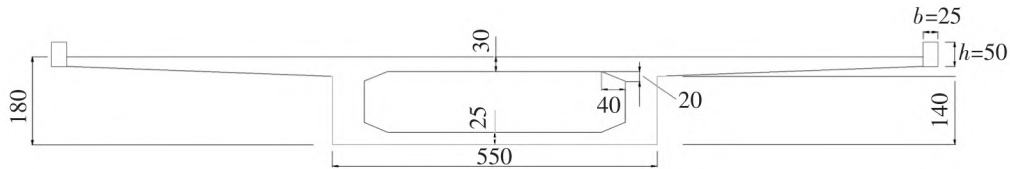


图 2 带边梁全箱梁横截面(单位:cm)

格划分采用扫略网格划分方法将模型划分为网格边长为 0.5 m 的六面体单元,同时为了使计算更加精确又保证计算工作时间,在翼缘板处采用网格边长为 0.25 m 的六面体单元进行了加密。混凝土的弹性模量为 $E=3.45 \times 10^4$ MPa,密度为 2.5×10^3 kg/m³,泊松比为 0.3。

1.2 荷载有效分布宽度计算方法

荷载有效分布宽度的计算原理在文献[7]中已经详细阐述,其计算公式见式(1)。

$$a = \frac{M}{m_{x\max}} \quad (1)$$

式中, M 为荷载产生的跨中总弯矩; $m_{x\max}$ 为荷载中心处的单宽弯矩峰值; a 为荷载有效分布宽度。

在我国规范《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范》(JTG D62—2004)(文中将其简称为桥规)中,根据弹性板理论,当集中力 P 作用于板端时,板条根部承受荷载的最大负弯矩为 $m_{x\max} \approx -0.465P$,而荷载引起的总弯矩为 $M = -PL$ 。因此,荷载有效分布宽度 $a = 2.15L$ 。规范中采用荷载按 45°角向悬臂板根部分布,即 $a = 2L$ 。

2 荷载有效分布宽度有限元计算分析

2.1 翼缘板长度对荷载有效分布宽度的影响分析

改变翼缘板的长度,使长度 L 分别为 1.5 m、2.5 m、3.5 m、4.5 m 以及 5.5 m,在翼缘板 t_2/t_1 (保持 $t_1=0.2$ m 不变)分别为 1、2 以及 3 的情况下,使集中荷载 $P=100$ kN 位于箱梁跨中翼缘板端部处,通过改变上述参数,得出的有限元弯矩值利用公式(1)计算的荷载有效分布宽度与桥规中的计算方法得出的荷载有效分布宽度结果进行对比分析,所得结果如表 1 所示。

表 1 不同长度跨中翼缘板荷载有效分布宽度

桥规 分布 宽度/ m	L/m	$t_2/t_1=1$				$t_2/t_1=2$				$t_2/t_1=3$			
		不带边梁有限		带边梁有限		不带边梁有限		带边梁有限		不带边梁有限		带边梁有限	
		元结果		元结果		元结果		元结果		元结果		元结果	
		分布宽 度/m	偏差/ %	分布宽 度/m	偏差/ %	分布宽 度/m	偏差/ %	分布宽 度/m	偏差/ %	分布宽 度/m	偏差/ %	分布宽 度/m	偏差/ %
1.5	3	3.379	-11.2	5.473	-45.2	2.878	4.2	4.041	-25.7	2.823	6.3	3.622	-17.2
2.5	5	5.332	-6.2	8.033	-37.8	4.441	12.6	5.949	-16.0	4.353	14.9	5.386	-7.2
3.5	7	7.299	-4.1	10.45	-33.0	6.004	16.6	7.778	-10.0	5.858	19.5	7.072	-1.0
4.5	9	9.271	-2.9	12.76	-29.5	7.567	18.9	9.557	-5.8	7.332	22.7	8.698	3.5
5.5	11	11.24	-2.1	14.92	-26.3	9.132	20.5	11.295	-2.6	8.852	24.3	10.341	6.4

(1)根据公式(1),荷载有效分布宽度越大,根部单宽弯矩峰值越小。由表中数据可知,对于不带边梁全箱梁模型而言,当 $t_2/t_1=1$ 时,桥规对翼缘板计算配筋将造成配筋过多。当 $t_2/t_1=2$ 和 3 时,桥规对于

短悬臂翼缘板其计算的荷载有效分布宽度与有限元计算相差不大,可满足要求,但是随着翼缘板长度的增加,其偏差越趋于变大,将造成翼缘板内配筋不足,导致翼缘板开裂。

(2)由于边梁作用导致荷载有效分布宽度明显增大,若继续使用桥规的计算方法,对于 $t_2/t_1=1$ 时翼缘板而言,将造成桥规计算出的单宽弯矩峰值与实际单宽弯矩峰值相差甚大。而当 $t_2/t_1=2$ 和 3 时,虽然由于边梁的作用致使其偏差减小,但是其之间的偏差依然存在,且随着翼缘板长度的增加,其偏差逐渐增大。

2.2 不同荷载位置对荷载有效分布宽度的影响分析

令翼缘板长度为 5.5 m 不变,改变荷载作用位置,使集中荷载 $P=100$ kN 位于箱梁跨中处,使其位置距翼缘板根部距离 l 分别为 1.5 m, 2.5 m, 3.5 m, 4.5 m 以及 5.5 m, 使翼缘板 t_2/t_1 (保持 $t_1=0.2$ m 不变) 分别为 1、2 以及 3, 求得桥规与有限元计算的荷载有效分布宽度, 对结果进行对比分析, 结果如表 2 所示。

表 2 不同荷载位置跨中翼缘板荷载有效分布宽度

L/m	桥规分布宽度/m	$t_2/t_1=1$				$t_2/t_1=2$				$t_2/t_1=3$			
		不带边梁有限元结果		带边梁有限元结果		不带边梁有限元结果		带边梁有限元结果		不带边梁有限元结果		带边梁有限元结果	
		分布宽度/m	偏差/%	分布宽度/m	偏差/%	分布宽度/m	偏差/%	分布宽度/m	偏差/%	分布宽度/m	偏差/%	分布宽度/m	偏差/%
		度/m	%	度/m	%	度/m	%	度/m	%	度/m	%	度/m	%
1.5	3	5.2	-42.3	5.469	-45.1	5.121	-41.4	5.304	-43.4	5.742	-47.7	5.912	-49.3
2.5	5	7.527	-33.6	8.341	-40.1	6.727	-25.7	7.161	-30.2	7.042	-29.0	7.356	-32.0
3.5	7	9.296	-24.7	10.95	-36.1	7.904	-11.4	8.747	-20.0	7.968	-12.1	8.523	-17.9
4.5	9	10.51	-14.4	13.17	-31.7	8.699	3.5	10.133	-11.2	8.566	5.1	9.504	-5.3
5.5	11	11.24	-2.1	14.92	-26.3	9.132	20.5	11.295	-2.6	8.852	24.3	10.34	6.4

由表 2 可知,在 $t_2/t_1=1$ 的情况下,桥规结果与有限元结果偏差依然为负值,说明桥规对于翼缘板配筋是不经济的;当 $t_2/t_1=2$ 和 3 且荷载靠近翼缘板根部的时候,桥规对于翼缘板而言是不经济的,但是随着荷载在翼缘板上向翼缘板端部移动,其偏差值逐渐变为正值且逐渐增大,桥规将造成配筋不足。

2.3 翼缘板厚度对荷载有效分布宽度的影响分析

令翼缘板长度为 5.5 m 保持不变,改变翼缘板的厚度,使翼缘板根部厚度 t_2 分别为 0.2、0.3、0.4、0.5 以及 0.6,在不同的坡度情况下(即 t_2/t_1 分别为 1、2 和 3),使集中荷载 $P=100$ kN 位于箱梁跨中翼缘板端部处,通过改变上述参数,求得桥规与有限元计算的荷载有效分布宽度,对结果进行对比分析,结果如表 3 所示(相同的边梁尺寸与不同厚度翼缘板相结合会造成边梁整体抗弯惯性矩的差异,因此考虑厚度影响时将不考虑带边梁全箱梁模型)。

表 3 不同厚度跨中翼缘板荷载有效分布宽度

t_2/m	桥规分布宽度/m	$t_2/t_1=1$		$t_2/t_1=2$		$t_2/t_1=3$	
		有限元结果/m		有限元结果/m		有限元结果/m	
		分布宽度/m	偏差/%	分布宽度/m	偏差/%	分布宽度/m	偏差/%
0.2	11	11.240	-2.1	8.6	27.9	7.656	43.7
0.3	11	11.598	-5.2	8.815	24.8	7.830	40.5
0.4	11	12.158	-9.5	9.132	20.5	8.089	36.0
0.5	11	12.924	-14.9	9.547	15.2	8.348	31.8
0.6	11	13.916	-21.0	10.068	9.3	8.852	24.3

(1)在 t_2/t_1 分别为 1、2 以及 3 的情况下,随着翼缘板厚度的增加,荷载有效分布宽度逐渐增大。

(2)在 $t_2/t_1=1$ 时,无论翼缘板处于何种厚度,桥规与有限元结果偏差为负值,造成配筋不经济;在 $t_2/t_1=2$ 和 3 时,桥规与有限元结果偏差为正值,造成配筋不足而致使翼缘板开裂。

3 荷载有效分布宽度公式的拟合

3.1 公式的拟合

为了拟合到荷载有效分布宽度的公式,根据表 1、表 2 和表 3 中的荷载有效分布宽度数值利用最小二

乘法原来进行拟合。

关于最小二乘法的一般提法是:给定的一组数据 $(x_i, y_i) (i=0, 1, \dots, m)$, 要求在函数空间 $\Phi = \text{span}\{\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_n\}$ 中找一个函数 $y = S^*(x)$, 使误差平方和

$$\|\delta\|_2^2 = \sum_{i=1}^m \delta_i^2 = \sum_{i=0}^m [S^*(x_i) - y_i]^2 = \min_{S(x) \in \varphi} \sum_{i=1}^m [S(x_i) - y_i]^2 \quad (2)$$

这里

$$S(x) = a_0 \varphi_0(x) + a_1 \varphi_1(x) + \dots + a_n \varphi_n(x), (n \leq m) \quad (3)$$

根据此原理,由表 1~表 3 以及图 5~图 7,拟合得到式(4)多项式。

$$f(x) = c_0 + c_1 x + c_2 x^2 \quad (4)$$

式中, $f(x)$ 为翼缘板荷载有效分布宽度; x 为在长度一栏代表翼缘板长度 L , 在荷载位置一栏荷载 P 作用位置 l , 在厚度一栏代表 t_2 ; c_0, c_1, c_2 为公式参数。

根据最小二乘法原理,利用 Matlab 软件拟合到的公式参数如表 4 和表 5。

表 4 不带边梁跨中翼缘板荷载有效分布宽度公式参数

变量	$t_2/t_1=1$			$t_2/t_1=2$			$t_2/t_1=3$		
	c_0	c_1	c_2	c_0	c_1	c_2	c_0	c_1	c_2
长度 L	0.449 9	1.947 6	0.002 6	0.535 4	1.561 4	0.000 3	0.543 3	1.529 2	-0.003 6
荷载位置 l	0.737 7	3.380 8	-0.267 8	2.021 4	2.363 4	-0.194 9	3.198 7	1.952 4	-0.168 3
厚度 t_2	11.17	-1.744 9	10.528 6	8.475 2	-0.389 1	5.071 4	7.651	-0.861 4	4.714 3

表 5 带边梁跨中翼缘板荷载有效分布宽度公式参数

变量	$t_2/t_1=1$			$t_2/t_1=2$			$t_2/t_1=3$		
	c_0	c_1	c_2	c_0	c_1	c_2	c_0	c_1	c_2
长度 L	1.395 8	2.815 6	-0.064 8	1.098 4	2.005 4	-0.027 6	0.940 2	1.826 0	-0.021 6
荷载位置 l	0.336 4	3.689 6	-0.188 1	2.137 6	2.284 4	-0.112 7	3.449 1	1.801 4	-0.100 1

拟合达到的公式为跨中无限板内的荷载有效宽度,对于箱梁端部半无限板处翼缘板根部的弯矩和整个翼缘板内的正弯矩,可根据文献[1,4-5]得出的弯矩与跨中无限板内翼缘板根部弯矩的关系求得。

3.2 公式的验证

为了验证公式的正确性,现建立带边梁全箱梁模型和不带边梁全箱梁模型,模型材料与原模型材料相同,将翼缘板长度改为 $L=1, 2, 3, 4$ 和 5 m,翼缘板根部 $t_2=0.4$ m,翼缘板端部 $t_1=0.2$ m,即 $t_2/t_1=2$,边梁尺寸为 $b \times h=0.25$ m $\times$ 0.5 m。

使集中荷载 $P=100$ kN 位于箱梁跨中翼缘板端部,利用公式(4)及表 4 和表 5 长度一栏中 $t_2/t_1=2$ 的参数求得带边梁与不带边梁模型的荷载分布宽度。然后利用公式(1)和有限元结果对比分析,结果如表 6 所示。

表 6 不同长度翼缘板跨中荷载有效分布宽度公式与有限元结果对比验证

L/m	不带边梁全箱梁模型			带边梁全箱梁模型		
	公式结果		有限元结果	公式结果		有限元结果
	荷载分布	单宽弯矩峰值/	单宽弯矩峰值/	荷载分布	单宽弯矩峰值/	单宽弯矩峰值/
	宽度/m	(kN · m)	(kN · m)	宽度/m	(kN · m)	(kN · m)
1	2.0971	-47.685	-47.688	3.0762	-32.508	-32.876
2	3.6594	-54.654	-54.649	4.9988	-40.010	-39.940
3	5.2223	-57.446	-57.440	6.8662	-43.692	-43.661
4	6.7858	-58.947	-58.948	8.6784	-46.091	-46.119
5	8.3499	-59.881	-59.882	10.4354	-47.914	-47.933

注:表中单宽弯矩负值代表翼缘板上部受拉。

取 $L=5.5$ m,改变荷载的作用位置,使集中荷载 $P=100$ kN 位于箱梁跨中处,使其位置距翼缘板根部距离 l 分别为 1 m、 2 m、 3 m、 4 m 以及 5 m,利用公式(4)及表 4 和表 5 中荷载位置一栏中 $t_2/t_1=2$ 的参

数求得的带边梁模型与不带边梁模型的荷载有效分布宽度。然后利用公式(1)和有限元结果对比分析,其结果如表 7 所示。

表 7 不同荷载位置翼缘板跨中荷载有效分布宽度公式与有限元结果对比验证

L/m	不带边梁全箱梁模型			带边梁全箱梁模型		
	公式结果		有限元结果	公式结果		有限元结果
	荷载分布	单宽弯矩峰值/ ($kN \cdot m$)	单宽弯矩峰值/ ($kN \cdot m$)	荷载分布	单宽弯矩峰值/ ($kN \cdot m$)	单宽弯矩峰值/ ($kN \cdot m$)
	宽度/ m			宽度/ m		
1	4.189 9	-23.867	-24.136	4.309 3	-23.206	-23.522
2	5.968 6	-33.509	-33.439	6.255 6	-31.971	-31.889
3	7.537 5	-39.801	-40.731	7.976 5	-37.610	-37.852
4	8.356 6	-47.866	-47.917	9.472 0	-42.230	-42.270
5	8.965 9	-55.767	-55.802	10.742 1	-46.546	-46.502

注:表中单宽弯矩负值代表翼缘板上部受拉。

取 $L=5.5 m$,使集中荷载 $P=100 kN$ 位于箱梁跨中翼缘板端部,改变翼缘板厚度,使 $t_2=0.25$ 、 0.35 、 0.45 、 0.55 以及 0.65 ,利用公式(4)及表 4 中厚度一栏 $t_2/t_1=2$ 的参数求得的不带边梁模型的荷载有效分布宽度。然后利用公式(1)和有限元结果对比分析,其结果如表 8 所示。

表 8 不同厚度翼缘板跨中荷载有效分布宽度公式与有限元结果对比验证

t_2/m	不带边梁全箱梁模型		
	公式结果		有限元结果
	荷载分布宽度/ m	单宽弯矩峰值/($kN \cdot m$)	单宽弯矩峰值/($kN \cdot m$)
0.25	8.695	-63.255	-63.188
0.35	8.960	-61.384	-61.371
0.45	9.327	-58.969	-58.965
0.55	9.795	-56.151	-56.126
0.65	10.365	-53.063	-53.079

注:表中单宽弯矩负值代表翼缘板上部受拉。

由表 6、表 7 和表 8 中公式结果与有限元结果对比可知,利用最小二乘法拟合的公式精确度高,由此验证采用此方法拟合公式的正确性。

4 结论

通过对长悬臂混凝土箱梁翼缘板荷载有效分布宽度计算分析,可得出如下结论:

(1)翼缘板长度与厚度对荷载有效分布宽度有重要影响,随着长度的增加,荷载有效分布宽度减小;随着厚度的增加,荷载有效分布宽度增大。

(2)通过不带边梁的全箱梁模型和带边梁的全箱梁模型对比分析,边梁明显使荷载有效分布宽度增大,即可以有效地减少翼缘板根部的弯矩。

(3)利用最小二乘法原理,根据不带边梁和带边梁全箱梁模型在不同翼缘板长度、不同翼缘板厚度以及不同荷载作用位置,拟合得到了实用计算公式,且本方法拟合的公式精确度高,为设计配筋提供帮助。

(4)当采用带边梁所拟合的公式时,由于边梁的尺寸不同而造成边梁抗弯惯性矩的差异,会对翼缘板根部弯矩的大小产生影响,因此本文拟合得到的带边梁全箱梁模型的公式不具有一般性,对此本文公式拟合的方法可供参考。

参 考 文 献

- [1]项海帆. 高等桥梁结构理论[M]. 北京:人民交通出版社, 2001.
- [2]Sawko F, Mills J H. Design of cantilever slabs for spine beam bridges[J]. Developments in bridge design and construction, 1971,56(7):342-361.

(下转第 19 页)

Influence of Inclined Crack on Loaded Property of 32 m Normal Highly Prestressed Concrete Beam

Luo Huigang

(Shuohuang Railway Development Co. Ltd., Yuanping 034100, China)

Abstract: Taking the 32m simply supported T beam of heavy haul railway as the object of study, combining the Finite Element Simulation Analysis and performance Test, the influence of the diagonal crack of beam end on mechanical properties of the bridge is studied. The conclusion is drawn: Rapid development of heavy haul transportation causes a sharp increase of transverse, vertical and longitudinal stresses of the main beam of the bridge structure, and the vibration and fatigue has sharply intensified, too, causing 45 degree diagonal cracks to appear on the beam-end of simply supported T beam and develop rapidly, which causes decreased vertical and transverse natural frequency of the bridge structure, and the general carrying capacity of the bridge is declined, thus endangering security of the vehicles. Measures such as sticking plates are adopted to treat these diseases.

Key words: heavy-load railway; 32m normal highly prestressed concrete beam; inclined crack; loaded property

(上接第 5 页)

[3] Bakht B. Simplified analysis of edge stiffened cantilever slabs[J]. Journal of the Structural Division, 1981, 107(3): 535-550.

[4] 杨立坤, 黄思勇. 箱梁翼缘板的半无限板效应分析[J]. 城市道桥与防洪, 2011(6): 238-241.

[5] 杨立坤, 赵传亮. 箱梁翼缘板的合理设计分析[J]. 山西建筑, 2011, 37(17): 149-150.

[6] 张岗, 贺拴海, 王新敏. 混凝土箱梁悬臂板计算方法[J]. 长安大学学报: 自然科学版, 2007, 27(6): 58-62.

[7] 白宝玉. 桥梁工程[M]. 北京: 高等教育出版社, 2005.

Analysis of Load Effective Width of Long Cantilever Concrete Box Girder Flange Plate

Guo Xiaolei¹, Bu Jianqing²

(1. School of Civil Engineering, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China;

2. School of Transportation, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China)

Abstract: Since the long cantilever concrete box girder increases the length of the flange plate, using the load effective width of flange plate from Chinese code to calculate stress will cause reinforcement not to tally with the actual condition. On the basis of finite element, large finite element software ANSYS is used to establish box girder model without boundary beam and box girder model with boundary beam. With different flange plate length and thickness and with load position at different slope, the load effective widths are calculated to make a comparison and analysis. The conclusion shows that responses of boundary beams of long cantilever flange plate should not be ignored. Based on the principle of least square method, the Matlab software is used to fit the formula of load effective width of flange plate of the box girder model without boundary beam and box girder model with boundary beam, giving help to its reinforcement design.

Key words: long cantilever; flange plate; boundary beam; least square method; load effective width