

一种 ECVT 有限元自动剖分方法

邹星星¹, 赵进创¹, 傅文利¹, 马增强²

(1. 广西大学 计算机与电子信息学院, 广西 南宁 530004;

2. 石家庄铁道大学 电气与工程学院, 河北 石家庄 050043)

摘要:ECT 三维传感器场域剖分是当前 ECT 直接三维成像研究的关键问题, 提出一种三维有限元自动剖分方法并得到结果验证。采用四面体作为剖分单元, 利用 Delaunay 四面体剖分算法反复迭代实现三维实体自动剖分; 为清晰显示剖分图像, 结合画家算法对网格进行消隐处理。仿真结果表明, 随着迭代次数增加, 剖分精度提高, 其剖分时长也会相应增加。根据需求剖分精度设置迭代次数, 能有效的剖分传感器场域, 实现了三维场域自动剖分, 为计算三维敏感场从而提高 ECT 三维成像精度奠定基础。

关键词:电容层析体积成像; 有限元; 自动剖分

中图分类号:TP391 **文献标志码:**A **文章编号:**2095-0373(2017)03-0106-05

0 引言

电容层析成像技术(Electrical Capacitance Tomography)基于奥地利科学家 J. Radon 于 1917 年提出的图像重建理论(即 Radon 变换及其逆变换), 通过放置在被测管道周围的传感器阵列获取被测场域不同观测角度下的多个电容测量值(即 ECT 正问题), 以此为投影数据, 采用适当的图像重建算法重建被测区域内介质分布(即 ECT 逆问题)。由于其适用范围广、响应速度快、测量方式非侵入、结构较简单、成本较低, 具有十分广阔的应用前景, 是过程层析成像技术(PT)的主流之一^[1]。

目前较为成熟的三维电容层析成像主要通过获取多个二维断层图像进行三维重建^[2], 以此获取三维图像。然而由于间接三维成像轴向分辨力低, 研究者们提出在三维空间上进行测量, 利用测量得到的信息直接进行三维成像。图 1 给出传统电容层析三维成像(间接三维 ECT)和电容层析体积成像(直接三维 ECT)的传感器测量方式。①传统电容层析三维成像系统同层极板测量, ②电容层析体积成像系统同层、异层极板对测量。

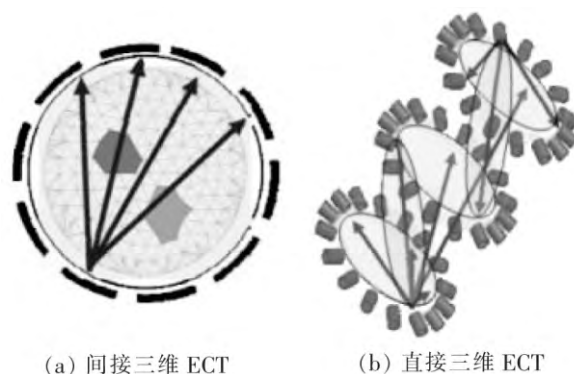


图 1 传感器测量方式示意

2006 年, R. wajman 和 R. Banasiaka 等采

用迭代的线性反投影算法, 证明了电容层析体积成像系统在重建图像质量上优于间接三维 ECT 系统^[2], 电容层析体积成像日渐成为研究热点。2012 年, 颜华和宁秀坤等^[3]对 12 极板 ECVT 系统进行图像仿真研究。一直以来, 研究者们相应提出了多种二维 ECT 有限元网格自动剖分算法。1983 年, Yerry M A 和 Shephard M S 等^[4]人提出栅格法实现了二维有限元场域网格剖分, 但其精度低且耗时长。1996 年, 郑大

收稿日期: 2016-05-03 责任编辑: 刘宪福 DOI: 10.13319/j.cnki.sjztdxxb.2017.03.20

基金项目: 国家自然科学基金(61362025)

作者简介: 邹星星(1993-), 女(侗族), 硕士研究生, 主要从事电学成像、图像处理研究。E-mail: vivi_zou0_0@hotmail.com

通信作者: 赵进创(1968-), 男, 博士, 教授, 主要从事电学成像技术, 数字图像处理研究。E-mail: zhaojch@gxu.edu.cn

邹星星, 赵进创, 傅文利, 等. 一种 ECVT 有限元自动剖分方法[J]. 石家庄铁道大学学报: 自然科学版, 2017, 30(3): 106-110.

宇和周跃发^[5]提出映射法剖分二维有限元场域,提高剖分精度。1998年,肖化和严杰等^[6]提出几何分解法,进一步提高了二维有限元场域的剖分精度。陈德运和杨从晶等^[7]于2003年提出节点连元法,获得较高质量的剖分单元同时减少剖分时长。此后二维有限元剖分算法日渐完善,并取得较好效果。由于三维域特殊性,剖分方法由平面域向三维域扩展一直难以实现。为有效求解 ECT 三维传感器场域电场问题,从而直接获取三维敏感场进行三维图像重建,最终提高 ECT 三维重建图像轴向分辨力,本文针对 ECT 三维传感器场域特性以及适用剖分单元选取,改进 Watson 提出的基于 Delaunay 四面体剖分算法,采用迭代方式提高场域剖分精度,实现 ECT 三维传感器场域自动剖分。

1 ECVT 有限元分析

假定传感器场域内无自由电荷分布,即该电场为似稳场。根据麦克斯韦方程,获得传感器场域内电势分布方程

$$\nabla \cdot [\epsilon_0 \epsilon(x, y, z) \nabla \varphi(x, y, z)] = 0 \quad (1)$$

式中, $\nabla \cdot$ 和 ∇ 分别为散度和梯度算子; ϵ_0 为真空介电常数; $\epsilon(x, y, z)$ 为空间相对介电常数分布; $\varphi(x, y, z)$ 为空间电位分布。对于式(1)采取变分求解,其等价变分问题为

$$\begin{cases} F(\varphi) = \int_v \left\{ \frac{\epsilon}{2} \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right] - \rho \varphi \right\} dx dy dz \\ \varphi|_{\Gamma_1} = f_0(p) \end{cases} \quad (2)$$

由于无法用解析法求解式(2),通常采用数值法中的有限元法进行求解。即依据变分原理将式(2)的边值问题化为相应的变分问题,然后利用剖分插值将变分问题转化为普通多元函数的极值问题,最终归结为一组多元的代数方程组,用迭代法或直接法求解。静电场有限元方法步骤如图2所示^[8]。

同二维 ECT 系统分析一致,三维 ECT 系统仍需采用有限元方法对传感器场域电场变分问题进行求解,而单元剖分作为有限元分析首要步骤变得尤为重要。

2 ECVT 传感器场域剖分

有限元法分析是将传感器场域即连续场离散为有限个子域(单元),由这些仅在节点处互相连接的子域的集合代表整个解域。场域剖分直接影响计算结果的精度,因此在求解 ECT 三维传感器场域过程中,选择适当的单元和插值函数是决定性步骤之一。

2.1 剖分单元选取

有限元方法生成技术,发展至今,方法颇多^[9]。通常在进行场域剖分之前,首先需要确定剖分采用的单元类型。用于三维场域有限元分析的单元类型多种多样,其中常用的三维单元类型如图3所示,有四面体、五面体、六面体。



图3 三维场域剖分单元类型

剖分所采用的单元的几何形状、节点个数与其节点的配置情况取决于插值函数的选取。插值函数构造方法分为 Lagrange 型和 Hermite 型,一类是单元的节点参数中只包含场函数的节点值,另一类单元的

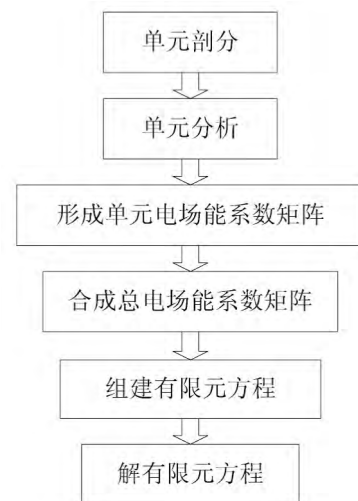


图2 静电场有限元分析流程图

节点参数中,除场函数的节点值外,还包含场函数导数的节点值。故 Hermite 型单元构造复杂,对某些问题甚至无法实现,而 Lagrange 型单元构造和实现相对简单,故采用此类型单元。场域单元节点越多,敏感场精度越高,随之计算时间越长。考虑到 ECT 传感器通常为圆柱体,形状对称,为确保满足剖分精度条件下尽量减少剖分时间,本文提出的方法以 4 节点四面体为剖分单元。

2.2 剖分算法框架

由于以四面体剖分单元,且 Delaunay 三角剖分算法是最优三角剖分算法,故采用 Watson 提出的经典 Delaunay 作为剖分算法。然而由于其三维空间剖分算法在应用到 ECT 三维传感器场域剖分的仿真过程中存在网格质量差的问题,故本算法针对特定剖分对象即 ECT 传感器场域,在 Watson 的逐点插入法基础上进行迭代。即当插入一个新点时,如果该点落在某个四面体内,则将此四面体的 4 个顶点与该点相互连接,从而形成 4 条新的边。然后根据 Delaunay 三角网格优化的准则进行优化,从而形成高质量三角网;若该点落在四面体边上,则删除该边。以此插入新点并反复迭代,直至满足迭代终止条件。

具体步骤如下:

- (1) 给出迭代次数,接着对三维实体的边、面进行离散形成 Delaunay 三角形网络;
- (2) 这些面上所有节点的集合即三维实体 Delaunay 四面体化的初始点集 P ;
- (3) 对 P 进行 Delaunay 四面体化,构成了三维实体 Delaunay 初始四面体剖分;
- (4) 判断是否超出迭代次数,若没有超出迭代次数,则返回继续离散划分;
- (5) 否则采用画家算法对剖分网格进行消隐处理,绘出较强立体感的网格图。

3 仿真结果与分析

本文的方法在 Windows 环境下,基于 Matlab 平台进行仿真实验。根据 ECT 直接三维传感器场域,取直径为 1,高度为 2.5 的圆柱体模型作为剖分对象,分别设置迭代剖分次数为 0 次(即未经迭代处理的 Delaunay 四面体化剖分)、10 次、100 次、200 次进行四面体单元自动剖分,以此验证本文方法有效性。图 4 给出了前人算法以及本文算法在 ECT 直接三维传感器场域剖分效果图。

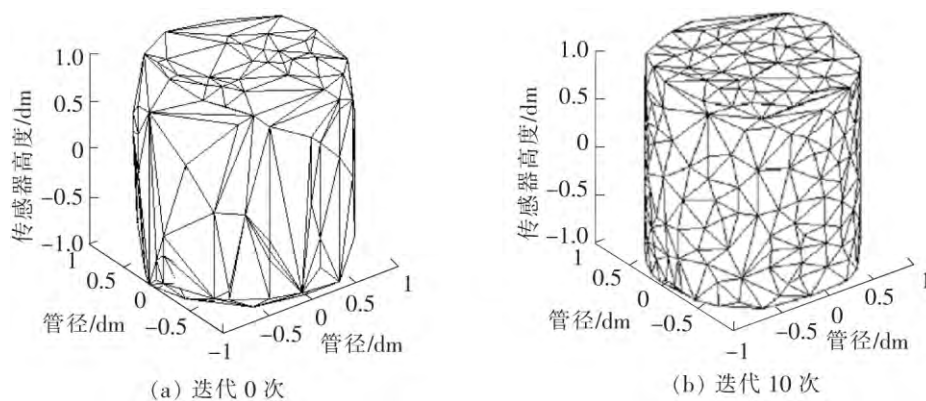


图 4 前人算法与本文算法剖分图

由图 4 可知,针对 ECT 三维传感器场域,本文算法较前人算法提高了剖分单元质量以及剖分精度。同时,增加迭代次数仿真证明,随着迭代剖分次数增加,剖分单元质量以及剖分精度也会相应提高。图 5 给出了不同迭代次数下自动剖分图。

由图 5 可知,迭代剖分次数越多,剖分越细,生成的有限元单元数就越多,有限元解的精确度越高。图 6 给出了不同剖分次数与生成单元结点数、单元数关系。

根据图 6 可知,迭代剖分次数增加,剖分的单元数与结点数增加。然而由于迭代剖分次数增加,导致剖分计算量增大,计算时间变长。图 7 给出了迭代次数与剖分时间关系图。

实际验证证明,本文提出的方法能够有效的对电容层析成像三维电场场域进行四面体单元自动剖分,且剖分单元质量良好,能够满足后续电容层析成像有限元分析、计算的要求。

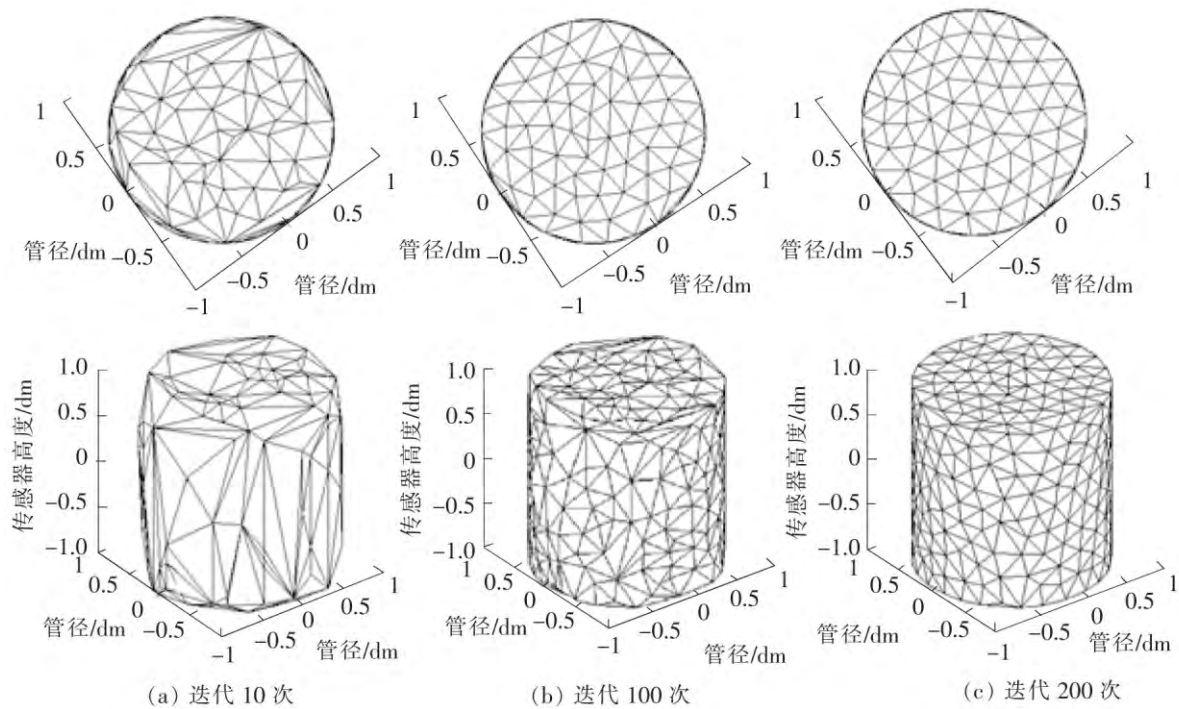


图 5 不同迭代次数下自动剖分图

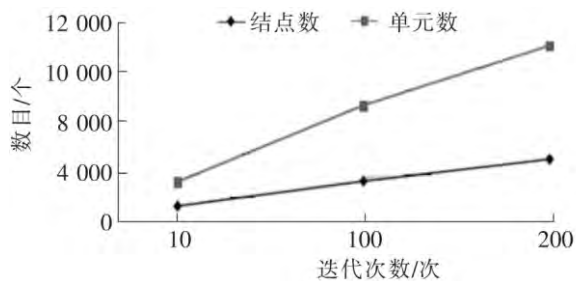


图 6 迭代次数与生成结点数、单元数关系图

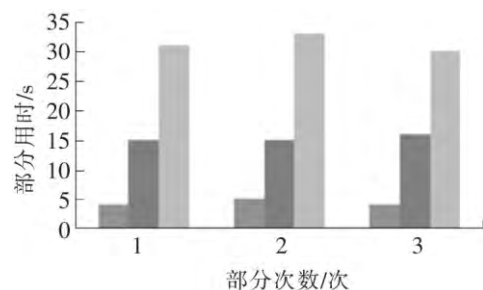


图 7 迭代次数与剖分时间关系图

4 结语

本文针对 ECVT 成像系统中三维电场场域提出一种三维有限元自动剖分方法,是运用有限元方法求解三维电场场域电位分布的关键步骤。实验结果表明,本文方法能够实时有效的将三维 ECT 传感器场域剖分为多个四面体单元,对 ECVT 有限元正问题分析研究具有较高实用价值。本文下一步的工作在自动剖分的基础上研究三维 ECT 传感器场域自适应剖分方法。

参 考 文 献

- [1]赵进创,傅文利,李陶深,等. 电容层析成像喜用三维图像重建的研究[J]. 计算机应用研究, 2004, 21(4):246-247.
- [2]Wajman R, Banasiak R, et al. Spatial imaging with 3D capacitance measurements[J]. Measurement Science and Technology, 2006,17(8):2113-2118.
- [3]颜华,宁秀坤,王伊凡,等. 12 极板直接三维 ECT 图像重建仿真[J]. 沈阳工业大学学报, 2012,34(5):542-548.
- [4]Yerry M A. Shephard M S. A modified quad tree approach to finite element mesh generation[J]. IEEE Computer Graphics & Applications, 1983,3(1):39-46.
- [5]郑大宇,周跃发. 超限映射法在二维有限元网络生成中的应用[J]. 黑龙江商学院学报:自然科学版, 1996,12(3):37-41.

- [6]肖化,严杰,保宗悌.有限元在电容层析中的应用研究[J].应用科学学报,1998,16(2):170-175.
- [7]陈德运,杨从晶,郑贵滨,等.电容层析成像系统传感器场域新的剖分方法及图像重建[J].传感技术学报,2003(4):409-414.
- [8]杜群贵.三维实体有限元网格自动 Delaunay 剖分[J].华南理工大学学报,1996,24(9):46-49.
- [9]李海峰,吴冀川,刘建波,等.有限元网络剖分与网格质量判定指标[J].中国机械工程,2012,23(3):368-377.

A Method of FEM Self-Organizing Mesh Generation for ECVT

Zou Xingxing¹, Zhao Jinchuang¹, Fu Wenli¹, Ma Zengqiang²

(1. College of Computer & Electrical Information, Guangxi University, Nan'ning 530004, China;

2. School of Electric and Electronic Engineering, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China)

Abstract: As three-dimensional sensor field mesh of ECT is a key issue in direct 3D ECT currently, a method of 3D FEM self-organizing mesh generation is proposed. The method adopts tetrahedron as split unit, and uses Delaunay triangulation algorithm for auto meshing 3D solid. Finally, the painter algorithm is used to process grid blanking. Simulation results show that with the increase in the number of iterations, mesh accuracy is improved while more time is spent. Setting iteration according to the precision of mesh can effectively mesh the sensor field, achieving the three-dimensional auto meshing, which provides basis for calculating the three-dimensional sensitivity field in order to improve the accuracy of three-dimensional imaging of ECT.

Key words: ECVT; FEM; self-organizing

~~~~~  
(上接第 105 页)

[14]李俊芳.基于运输能力的城市轨道交通组织方案评价研究[D].成都:西南交通大学,2010.

[15]郭钰.城市轨道交通列车停站方案优化研究[D].北京:北京交通大学,2009.

## Optimization of Stop Schedule Plan for Ultra-long Line in Urban Rail Transit Based on Combined Train Routing

Zhang Yao

(Chengdu Institute of Planning & Design, Chengdu 610031, China)

**Abstract:** At present, China urban rail transit network continues to improve, the line density increases and the length of the line grows. With large-scale planning and construction of ultra-long lines, it is noteworthy that lines present a complex spatial and temporal distribution of passenger flow, and longer average transport distance, which requires transport companies to develop a more rational and efficient operation scheme. This paper focuses on the stop schedule plan of urban rail transit express/local train based on combined train routing of single-long and segments routing scheme optimization. Taking full account of passenger traffic characteristics and the basic elements of organization of train operation, this paper proposes a 0-1 integer programming model based on minimum travel time for passengers and minimum corporate transportation costs, and designs algorithms to solve the model.

**Key words:** ultra-long lines; express/local train; stop schedule plan; genetic algorithm