

齿式橡胶联轴器大位移扭振实验与建模

付宗涛, 温建明

(同济大学 航空航天与力学学院, 上海 200092)

摘要:通过自制四连杆加载装置,对 HRC150 型齿式橡胶弹性联轴器进行周期扭转振动实验,得到不同频率和不同幅值下的滞回曲线,发现联轴器具有硬弹簧特性,非线性恢复力矩的刚度系数和阻尼力矩的阻尼系数均与振幅、频率有关。其次,采用迹法模型建立其非线性恢复力矩和阻尼力矩的数学模型,并对模型参数进行拟合识别;最后,为验证模型的正确性,将模型滞回曲线与实验滞回曲线进行对比,发现模型能够很好地反映系统的位移振幅及非线性刚度特性,但是不能较好地反映阻尼特性。

关键词:橡胶联轴器;非线性建模;参数识别

中图分类号:TH113.1 **文献标志码:**A **文章编号:**2095-0373(2016)01-0080-06

0 引言

联轴器是机械中的一种常用的联接部件,用来联接两轴或轴和回转件,一同回转而传递功率。当多转子的旋转机械系统的驱动机构与被驱动机构以及各旋转部件之间采用刚性联轴器联结时,这种接近刚性的联接方式在对有用转矩有效传递的同时也对外界干扰进行了毫无衰减的传递,有时这种联接本身也会引起附加的弯扭振动。弹性联轴器由于引入了能产生较大弹性变形和阻尼作用的弹性元件,不仅具有一定的补偿两轴相对位移的能力,而且通过合理设计刚度和阻尼参数,还可以能对外来干扰进行有效控制,因而在承受动荷载尤其是冲击荷载的轴系机构中获得了广泛的应用。

目前,对弹性联轴器联结的旋转轴系进行动态分析多采用线性模型,这只是在小变形的一种近似处理。弹性联轴器中的弹性元件在中等及大变形时会表现出很强的非线性刚度和非线性迟滞特性。马建敏等^[1-2]以弹性联轴器联接的两转子系统为研究对象,分别讨论了非线性刚度、非线性阻尼对系统在冲击荷载下扭振响应的影响;韩德宝等^[3]针对钢丝绳联轴器提出以频率和振幅为参数的多项式来描述动刚度。在弹性联轴器数学本构建模和参数识别方面,龚宪生等^[4-5]考虑振幅和频率变化对阻尼耗能的综合作用,提出一个与振幅和频率有关的阻尼恢复力模型,并识别了相应参数;林松等^[6]以 FS-2-80 橡胶隔振器为研究对象,进行了动态特性的试验研究和本构研究,采用其所建立的 M-RT 本构模型对隔振器参数识别。

本文通过一类联轴器的扭振实验,获得不同振幅和频率下的滞回曲线。采用迹法模型建立联轴器非线性恢复力矩和阻尼力矩与振幅、频率之间的非线性函数关系,并通过仿真得到的滞回曲线和实验的对比,以确认模型是否正确。

1 齿式橡胶联轴器大位移扭振实验研究

本文选取了一款 HRC150 橡胶弹性联轴器进行扭振实验,研究恢复力矩和阻尼力矩与振动频率、振幅的关系。

1.1 实验方案

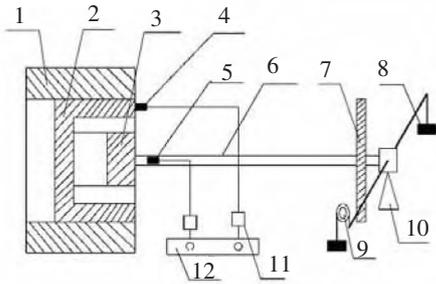
实验原理图如图 1 及图 2 所示,周期激励的实现采用一个四连杆机构。 O_1 处是联轴器所在轴系, O_2

收稿日期:2015-04-18 责任编辑:刘宪福 DOI:10.13319/j.cnki.sjztdxxbzb.2016.01.15

作者简介:付宗涛(1991-),男,硕士研究生,研究方向为随机非线性动力学、数值优化的研究。E-mail:fzt1991616@163.com

付宗涛,温建明.齿式橡胶联轴器大位移扭振实验与建模[J].石家庄铁道大学学报:自然科学版,2016,29(1):80-85.

处连电机轴,动力由三相变频电机施加。通过合理选择 R_1, R_2, L_1 的长度,可以使得杆 O_2B 旋转一周,杆 O_1A 左右摆动一个角度,在本实验中选择了 $R_2=110\text{ mm}, L_1=350\text{ mm}$,而 R_1 可调,用于改变摆角幅值的大小。



1.机床三爪卡盘; 2.内齿套; 3.外齿轮; 4.扭矩传感器; 5.角度传感器; 6.中间轴; 7.质量轮盘; 8.砝码; 9.施加扭矩装置; 10.支架; 11.变换器; 12.显示器。

图 1 实验装置简图

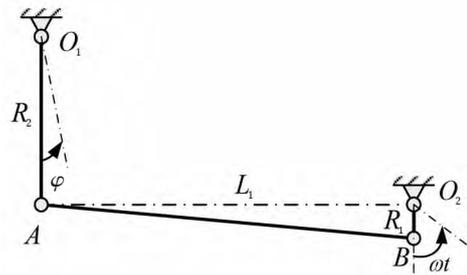


图 2 扭矩施加装置原理图(四连杆机构)

可以建立扭转角 φ 和电机转角 ωt 的关系

$$R_2^2 + L_1 R_1 \sin \omega t + R_1 R_2 \cos \omega t - R_1 R_2 \cos(\omega t - \varphi) - L_1 R_2 \sin \omega t - R_2^2 \cos \varphi = 0 \quad (1)$$

在实验中,外激励频率和幅值是可调的,通过分别调节变频器频率 ω 和电机输出轴端轮盘的偏心尺寸 R_1 大小来实现。 ω 分别采用了 7 Hz、15 Hz、25 Hz 和 30 Hz。 R_1 采用了 3 mm、5 mm、6 mm、8 mm 的偏心距。

1.2 滞回曲线分析

四连杆机构的扭转角是时间 t 的周期函数,为过滤加载中的高频干扰成分,选用 Bessel 低通滤波,最大频率设置为 $6\omega_0 + 1$ (ω_0 为基频)。图 3,图 4 分别是定频和定幅值时的滞回曲线图。

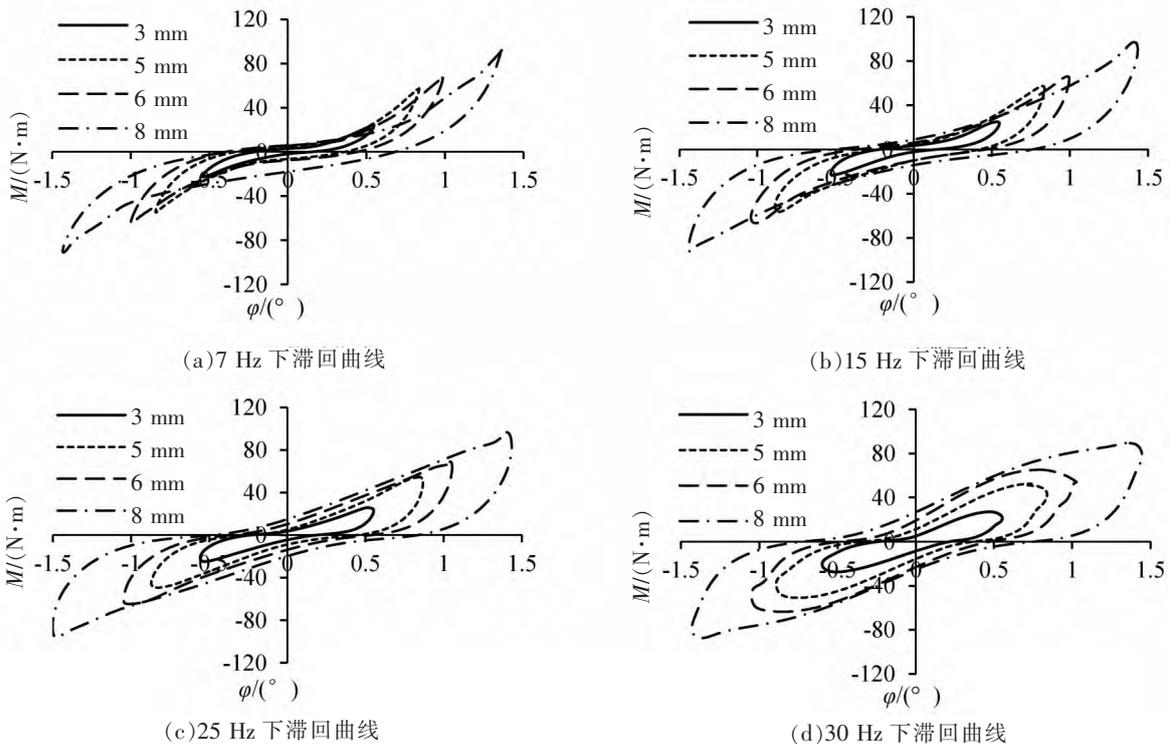


图 3 定频下各振幅滞回曲线

可以看到,当橡胶联轴器在较大位移下,恢复力矩具有很明显的非线性;滞回曲线基本关于位移呈反对称。从图 3 中看出:在较低频率下,联轴器的刚度随位移幅值变大呈增大趋势;而在频率较高时,这种趋势变得比较不明显。从图 4 中看出,橡胶联轴器的阻尼耗能随频率的增大而增加,但是在位移零点比较扁,又不是呈现黏性阻尼在位移零点耗能多的特点,阻尼成份也比较复杂。

橡胶弹性联轴器的动刚度是关于振幅和频率的函数;同样,联轴器的阻尼在本试验频率范围内也是振幅和频率的函数。

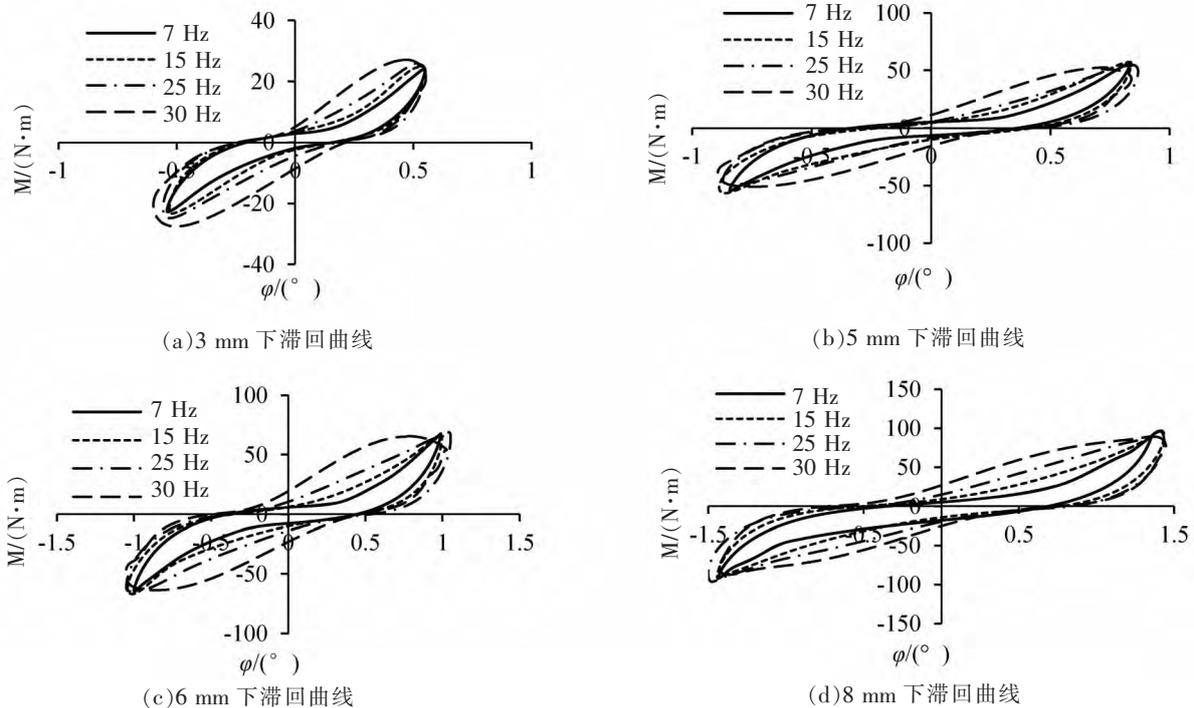


图 4 定幅下各频率滞回曲线

2 非线性恢复力和阻尼力建模

基于平均和等效原理的迹法和以此为基础由 Ko 等^[7]建立的模型可以用来描述这种滞回曲线。

2.1 恢复力和阻尼力的分解

通过前面橡胶联轴器实验,上、下两条滞回曲线可以认为是关于位移反对称的,可以考虑用幂函数多项式拟合代表实验数据的上、下两条滞回曲线,设用于拟合多项式为

$$Q(x) = \sum_{i=1}^{(n+1)/2} K_{2i-1} x^{2i-1} + \operatorname{sgn}(\dot{x}) \sum_{i=0}^{(n-1)/2} K_{2i} x^{2i} = Q_1(x) + Q_2(x, \dot{x}) \quad (2)$$

将联轴器的滞回曲线分解成 $Q_1(x)$ 和 $Q_2(x, \dot{x})$ 两部分,式中, n 取奇数。从几何意义上讲,第一部分为一条单值非线性函数曲线,第二部分为一条双值的非线性闭合曲线。从物理意义上讲,第一部分代表非线性弹性恢复力矩;第二部分代表纯迟滞非线性阻尼力矩。

由实验可知,联轴器的恢复力矩和阻尼力矩不仅是位移 x 和速度 \dot{x} 的函数,而且还是振幅 A 和频率 ω 的函数,因此迟滞恢复力矩的数学模型可以设为

$$Q(x, \dot{x}, A, \omega) = Q_1(x, A, \omega) + Q_2(x, \dot{x}, A, \omega) \quad (3)$$

在定频和定幅下恢复力矩是关于位移 x 的奇次项函数,因此其进一步形式可以认为

$$Q_1(x) = \sum_{i=1}^{(n+1)/2} K_{2i-1}(A, \omega) x^{2i-1} \quad (4)$$

对于 Q_2 阻尼力矩,在这里采用等效黏性阻尼模型,根据一个振动周期内迟滞非线性阻尼所耗散的能量与等效粘性阻尼所消耗的能量相等的能量关系找出等效粘性阻尼系数 C 。 C 是振幅和频率的函数,该

部分恢复力构建为

$$Q_2 = C(A, \omega)\dot{x} \tag{5}$$

2.2 恢复力和阻尼力的拟合

为了兼顾模型的精度和复杂度,采用三次奇次多项式描述非线性恢复力矩

$$Q_1(x) = K_1(A, \omega)x + K_3(A, \omega)x^3 \tag{6}$$

式中, $K_1(A, \omega), K_3(A, \omega)$ 是联轴器第一、三阶刚度函数。选用平面函数来描述各阶刚度与扭转角幅值和频率的关系,其数学模型为

$$K_i(A, \omega) = k_{0,i} + k_{1,i}A + k_{2,i}\omega \quad (i = 1, 3) \tag{7}$$

对于阻尼力项,每个周期由等效粘性阻尼耗散的能量为

$$W = \pi^2 A^2 C(A, \omega) \omega \tag{8}$$

滞回环的面积 $S(A, \omega) = W$, 可得橡胶联轴器的阻尼函数

$$C(A, \omega) = S(A, \omega) / (\pi^2 A^2 \omega) \tag{9}$$

计算得到滞回环的面积,代入上式可得各工况下的 $C(A, \omega)$ 值。

图 5(a) 给出了根据实验滞回曲线计算获得的阻尼函数的曲面图。可以看到,在小频率时 $C(A, \omega)$ 随位移幅值呈类似抛物线的变化,随频率呈类似反函数的变化,在频率较大时,变化较小,可以简单取阻尼系数模型

$$C(A, \omega) = c_0 A^{c_1} \omega^{c_2} \tag{10}$$

最终,通过最小二乘法,得到恢复力矩和阻尼力矩的数学模型为

$$Q(x, \dot{x}, A, \omega) = (701.3 + 1\,818.7A + 4.578\omega)x + 10^7(2.270 - 58.831A - 0.0046\omega)x^3 + 17\,085A^{0.4208}\dot{x}/\omega^{0.9809} \tag{11}$$

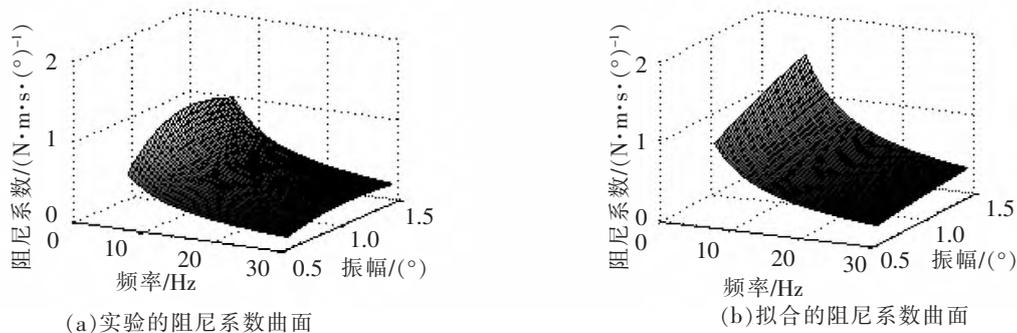


图 5 实验的及拟合的阻尼系数曲面图

2.3 实验滞回曲线与模型滞回曲线对比

为了验证迟滞恢复力矩模型的正确性,需要通过数值模拟获得模型对应的滞回曲线,并将其与实验获得的滞回曲线进行对比。在模拟中,力矩采用实验采集的稳态 1 周期数据,利用龙格库塔法得到相应的位移。

图 6 给出了一些工况下的实验滞回曲线和对应的模型滞回曲线,可以看出

(1) 两条滞回曲线的位移振幅相差很小,即模型可以很好地反映动力系统的位移幅值。模型的一些滞回曲线不闭合。因为模型并不能完全精确地反映实际动力系统,所以基于单周期实验力矩数据的拟合结果不闭合。

(2) 对于刚度,30 Hz 时,两条滞回曲线均未表现明显的硬弹簧特性;7 Hz 及 15 Hz 时,两者都表现出明显的硬弹簧特性;25 Hz 时,只有实验的滞回曲线表现出了明显的硬弹簧特性。

(3) 对于阻尼,各种情况下,模型的滞回曲线都比实验的更加饱满,即模型的等效线性阻尼系数偏大。25 Hz 和 7 Hz 下,面积相差大。

对以上(2)(3)两点进行深入分析,可以得到

(1) 就刚度而言,此迟滞恢复力矩模型能够较好地刻画动力系统的非线性刚度特征。

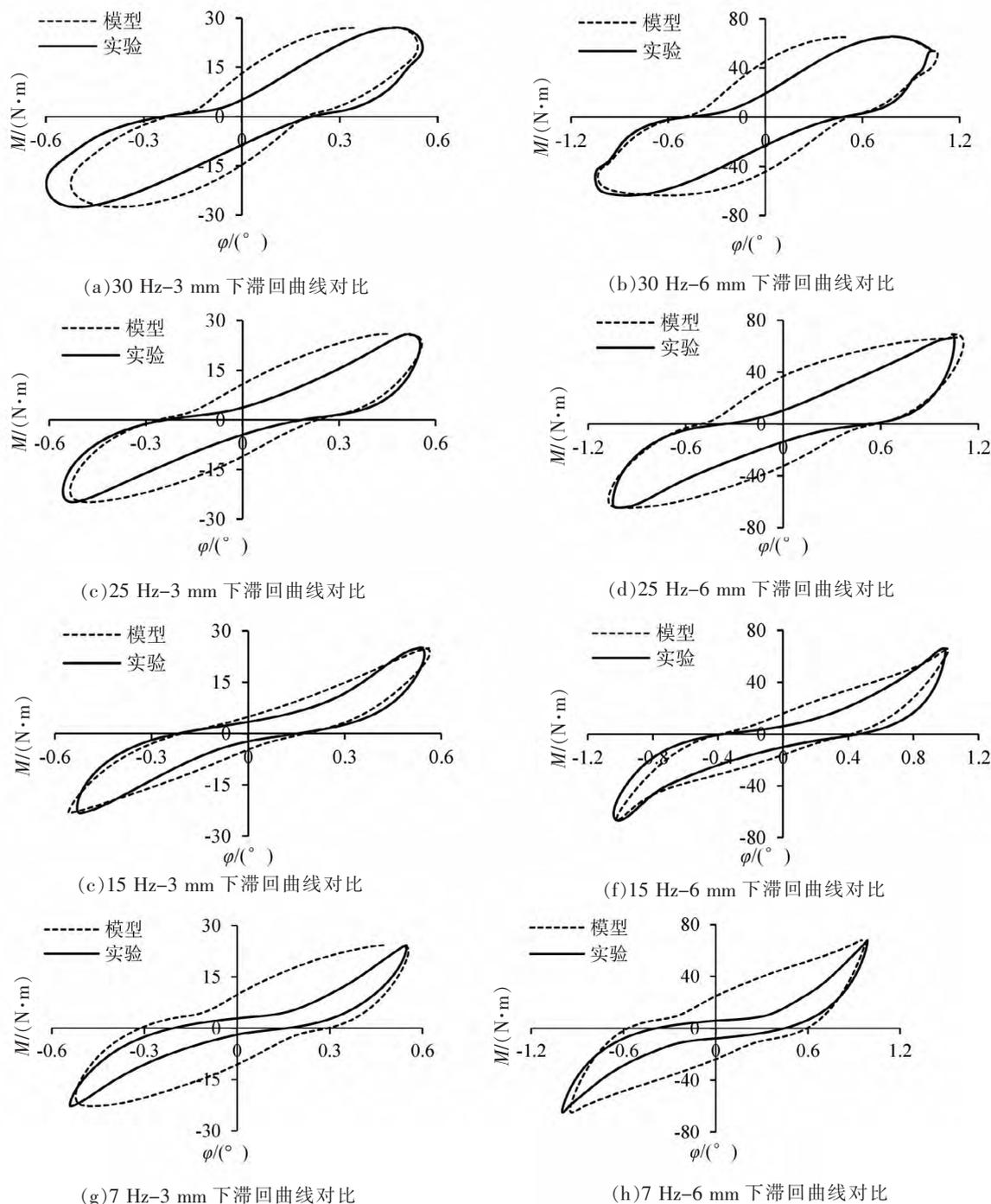


图 6 实验滞回曲线和模型滞回曲线对比

(2) 就阻尼而言,模型的结果并不理想。1.2 节已基于图 4 有说明,系统阻尼成分复杂;图 5 可以看出,模型能够较好地刻画线性阻尼系数。分析可知,采用线性阻尼模型不能够达到要求。可以采用更加复杂的模型,但是模型参数优化识别过程需要计算得到每组模型参数下的每种工况的稳态滞回曲线,计算复杂、计算量大。

3 结论

通过 HRC150 型弹性联轴器扭振实验,整理得到定频率下的不同幅值的滞回曲线和定幅值下不同频率的滞回曲线。通过观察、对比这些滞回曲线,得到这种联轴器在本实验范畴内具有非线性硬弹簧特性,

其刚度系数和阻尼系数均是振幅、频率的相关函数。通过分析数据特征,采用基于平均和等效原理的迹法模型,并通过拟合识别了模型参数。最后,为验证模型的正确性,对比了实验滞回曲线和模型滞回曲线,发现,模型能够很好地反映系统的位移振幅及非线性刚度特性,但是不能较好地反映阻尼特性。对于阻尼特性问题,可以采用更复杂的阻尼模型,但是计算量很大。

参 考 文 献

- [1] 马建敏, 韩平畴. 柔性联轴器刚度非线性对扭转振动的影响[J]. 振动与冲击, 2005, 24(4): 6-8.
- [2] 马建敏, 杨万东. 柔性联轴器非线性阻尼对扭转减振的影响[J]. 振动与冲击, 2005, 25(3): 11-13.
- [3] 韩德宝, 何林, 吕志强. 非线性联轴器动态特性的理论分析[J]. 海军工程大学学报, 2000, (1): 36-38.
- [4] 龚宪生, 赵玫. 具有非线性迟滞特性的大挠度弹性联轴器建模[J]. 上海交通大学学报, 1995, 29(3): 49-54.
- [5] 龚宪生, 赵玫. 大挠度弹性联轴器的阻尼耗能特性、建模及参数识别[J]. 机械强度, 1996, 18(2): 11-12.
- [6] 林松, 张鲲. 橡胶隔振器动态特性的本构研究[J]. 振动与冲击, 2011, 30(43): 177-179.
- [7] Ni YQ, Ko JM, Wong CW, et al. Modeling and identification of a wire-cable vibration isolator via a cyclic loading test [J]. Journal of Systems & Control Engineering, 1999, 213(13): 163-182.

Large Displacement Torsional Vibration Experiments of Gear Rubber Coupling

Fu Zongtao, Wen Jianming

(School of Aerospace Engineering and Applied Mechanics, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: Series of torsional vibration experiments loading with a four-link mechanism were made on a HRC150 gear rubber coupling, and some hysteretic curves were obtained under different frequencies and amplitudes. The results show that it is a nonlinear hard spring and its stiffness coefficient and damping coefficient both are correlated with the amplitude and the frequency. The trace method model was adopted to describe the elastic torque and the damping torque, and parameters were recognized. To verify the correctness of the model, comparison of the hysteretic curves of the model and the experiments were made, and the result shows that the model can reflect well the amplitude and the nonlinear stiffness, but not the damping characteristics.

Key words: rubber coupling; nonlinear modeling; parameter recognition