

裂纹方向压应力对混凝土断裂过程区尺度的影响

张彦龙, 段树金, 安蕊梅

(石家庄铁道大学 土木工程学院, 河北 石家庄 050043)

摘要:针对平行于裂纹方向作用有压应力的无限大板 I 型中心裂纹问题, 基于 Muskhelishvili 应力函数得出的裂纹尖端最大拉应力和最大压应力确定了修正的莫尔强度理论的适用条件; 推导了裂纹尖端微裂区临界值的解析表达式; 采用幂函数模型描述的拉应变软化模型, 确定了断裂过程区临界值。结果表明应用修正的莫尔强度理论评估混凝土 I 型裂纹尖端微裂区和断裂过程区尺度是合理的; 微裂区和断裂过程区尺度随平行于裂纹方向压应力作用的增加而增加。

关键词:混凝土; 莫尔强度理论; 断裂过程区; 微裂区; 压应力

中图分类号: TU528.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 2095-0373(2016)01-0043-05

0 引言

应用断裂力学研究混凝土断裂过程区(FPZ)一直是世界各国的研究人员的重点, 人们试图通过实验方法来得到断裂过程区的尺寸, 如激光散斑法、声发射法^[1-2]、光弹性贴片法^[3]等, 因为混凝土裂纹的复杂性这些实验都没有得到非常理想的结果。为了更好地研究混凝土的断裂行为, 研究者们提出了各自的理论, 其中经典的有虚拟裂纹模型^[4]、钝裂纹带模型^[5]、Duan-Nakagawa 模型^[6]等。这些理论的提出使得人们对混凝土的断裂行为有了更好的认识和理解。文献^[7-10]用数值分析方法研究了混凝土类材料的断裂过程区问题。在研究混凝土的断裂时, 通常采用最大拉应力强度理论、最大拉应变强度理论等作为混凝土在单向或双向拉伸下的断裂判据^[11]。

对于混凝土在二轴或三轴应力状态下的强度研究已取得诸多成果, 并得到了学术与工程界的普遍认同^[12], 劈裂法也成为测定混凝土抗拉强度的最普遍的方法之一, 但研究混凝土双轴或三轴拉压作用下断裂的文献却甚少。朱万成等^[13]数值模拟了对混凝土在双轴静态荷载下的断裂过程, 结果表明在双轴拉压作用时, 宏观拉裂缝大致平行于压缩荷载的方向, 且压应力增加会加剧 I 型断裂。尚世明等^[14]的研究也表明在双轴拉压作用下混凝土破坏面基本垂直于受拉荷载方向, 断面整齐; 相对于单轴拉伸, 双轴拉压作用下的混凝土更容易破坏, 并建立了相应的动态破坏准则。但上述研究并未给出平行于裂纹方向压应力对 I 型断裂的定量影响。

混凝土的压剪受力问题在土木工程中具有重要意义, Erarlan^[15]通过对 CCNBD 试件施加循环荷载试验研究了岩石的断裂过程区问题。修正的莫尔强度理论考虑了材料抗拉强度与抗压强度的差异, 其中的 σ_3 必须为压应力, 应用于不含缺陷的混凝土类材料是合理的。但是此强度理论并不能简单地应用于所有的 I 型裂纹问题。文献^[16]采用修正的莫尔强度理论研究单向或多向受拉混凝土断裂过程区的尺度, 但是忽略了莫尔强度理论的适用范围, 这将导致与实际不符的结果。对于双向拉伸或单向受拉的 I 型裂纹, 裂纹尖端附近处于双向受拉(平面应力)或三向受拉(平面应变)状态, 此时莫尔强度理论不再适用; 如将最小主应力的值取为零, 则等效于最大拉应力强度理论。对于平行于裂纹方向作用有压应力的 I 型裂纹, 修正的莫尔强度理论是否适用, 其应用条件如何? 是本文将要研究的问题。

针对平行于裂纹方向作用有压应力的无限大板 I 型中心裂纹问题, 基于 Muskhelishvili 应力函数确定

收稿日期: 2015-02-07 责任编辑: 刘宪福 DOI: 10.13319/j.cnki.sjztdxxbzb.2016.01.08

基金项目: 河北省高等学校科学技术研究重点项目(ZH2012040)

作者简介: 张彦龙(1987-), 男, 硕士研究生, 主要从事混凝土断裂和耐久性的研究。E-mail: 625991226@qq.com

张彦龙, 段树金, 安蕊梅. 裂纹方向压应力对混凝土断裂过程区尺度的影响[J]. 石家庄铁道大学学报: 自然科学版, 2016, 29(1): 43-47.

了修正的莫尔强度理论的适用条件,导出微裂区的临界值和 FPZ 临界值的解析表达式,分析压应力对微裂区的临界值和 FPZ 临界值的影响。

1 修正的莫尔强度理论的适用范围及微裂区临界值公式

如图 1 所示,无限大板中心存在长度为 $2a$ 的 I 型裂纹,平行于裂纹方向作用有压应力 $\lambda\sigma$,和垂直裂纹方向作用拉应力 σ 。由 Muskhelishvili 应力函数可得到的裂纹尖端的应力场的全场解的表达式

$$\begin{cases} \sigma_x = \sigma R_1 \cos \frac{1}{2} \Theta_1 + \frac{\sigma \hat{r} \sin \theta}{(A_2^2 + B_2^2)^{3/4}} \sin \frac{3}{2} \Theta_2 - \sigma(1 + \lambda) \\ \sigma_y = \sigma R_1 \cos \frac{1}{2} \Theta_1 - \frac{\sigma \hat{r} \sin \theta}{(A_2^2 + B_2^2)^{3/4}} \sin \frac{3}{2} \Theta_2 \\ \tau_{xy} = \frac{\sigma \hat{r} \sin \theta}{(A_2^2 + B_2^2)^{3/4}} \cos \frac{3}{2} \Theta_2 \end{cases} \quad (1)$$

式中, σ_x , σ_y 和 τ_{xy} 分别为裂纹尖端处拉应力和剪应力,且 $\hat{r} = r/a$,

$$\begin{cases} R_1 = (A_1^2 + B_1^2)^{1/4} / (\hat{r}^3 + 4 \hat{r}^2 \cos \theta + 4 \hat{r})^{1/2} \\ \Theta_1 = \arctan(B_1/A_1) \\ \Theta_2 = \arctan(B_2/A_2) \\ A_1 = \hat{r}^3 + 4 \hat{r}^2 \cos \theta + \hat{r}(5 - 2 \sin^2 \theta) + 2 \cos \theta \\ B_1 = -(\hat{r} \sin 2\theta + 2 \sin \theta) \\ A_2 = \hat{r}^2 \cos 2\theta + 2 \hat{r} \cos \theta \\ B_2 = -(\hat{r}^2 \sin 2\theta + 2 \hat{r} \sin \theta) \end{cases}$$

当 $\theta = 0$ 时,令 $\sigma_y = f_t$ (其中 f_t 是混凝土的极限抗拉强度),由式(1)得应用最大拉应力强度理论得到的微裂区的表达式为

$$r'_{0m} = \frac{af_t}{\sqrt{f_t^2 - \sigma^2}} - a \quad (2)$$

$$\sigma_x = \sigma R_1 - \sigma(1 + \lambda) \quad (3)$$

式中, $R_1 = [1 + a^2/(r^2 + 2ar)]^{1/2}$ 。

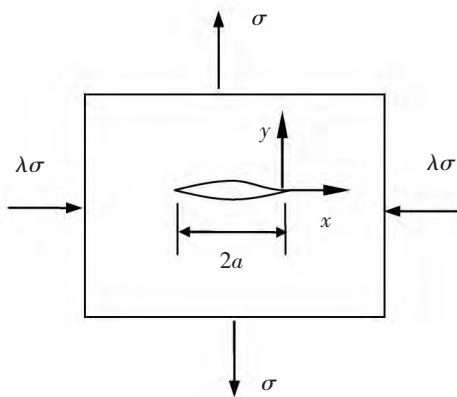


图 1 平行于裂纹方向受压的无限大 I 型中心裂纹板

令 $\sigma_x = 0$, 由式(3)得

$$(\lambda^2 + 2\lambda)(r^2 + 2ar) - a^2 = 0 \quad (4)$$

解得

$$r_{0m} = \frac{a(1 + \lambda)}{\sqrt{\lambda^2 + 2\lambda}} - a \quad (5)$$

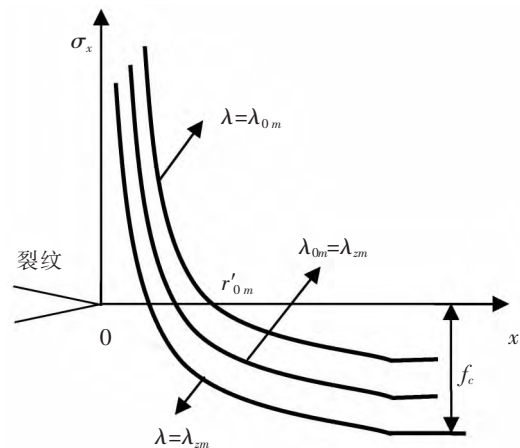


图 2 不同 λ 时沿裂纹延长线 σ_x 的分布

式中, r_{0m} 是当 $x < r_{0m}$ 时, 裂纹延长线上 $\sigma_x > 0$; 当 $x = r_{0m}$ 时, 裂纹延长线上 $\sigma_x = 0$; 当 $x > r_{0m}$ 时, 裂纹延长线上 $\sigma_x < 0$ 。

令 $r'_{0m} = r_{0m}$, 则由式(2)和式(5)得

$$\lambda_{0m} = \frac{f_t}{\sigma} - 1 \quad (6)$$

设 f_c 是混凝土的极限抗压强度, 由于 x 轴上的压应力不能大于混凝土的极限抗压强度, 则存在

$$\lambda\sigma < f_c \quad (7)$$

所以

$$\lambda < \frac{f_c}{\sigma} \quad (8)$$

令 $\lambda_{zm} = f_c/\sigma$, 裂纹尖端微裂区临界值 r'_{0m} 与 λ 的关系如图 2 所示, 其中 σ_x 是裂纹延长线上 x 方向上 (即 $\theta=0$) 的应力。从图 2 中可以看出当 $\lambda = \lambda_{zm}$ 时, 在 x 轴上的压应力大于混凝土的极限抗压强度, 混凝土受压破坏; 当 $\lambda_{0m} < \lambda < \lambda_{zm}$ 时, 在裂纹尖端微裂区, 随着 x 增加, $\sigma_x > 0$ 过渡至 $\sigma_x < 0$; 当 $0 < \lambda < \lambda_{0m}$ 时, 微裂区全部区域存在 $\sigma_x > 0$ 。

当 $\theta=0$ 且 $\lambda_{0m} < \lambda < \lambda_{zm}$ 时, 由式(1)得裂纹尖端处的主应力 σ_1 和 σ_3 为

$$\sigma_{1,3} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \sigma R_1 - \frac{\sigma(1+\lambda)}{2} \pm \frac{\sigma(1+\lambda)}{2} \quad (9)$$

修正的莫尔强度理论考虑了混凝土的抗拉强度和抗压强度不相等的情况。其表达式为

$$\sigma_1 - \frac{f_t}{f_c} \sigma_3 = f_t \quad (10)$$

设 $\beta = f_t/f_c$ 为混凝土拉压强度比, 将式(9)代入式(10)得

$$(1-\beta)\sigma R_1 = f_t - \beta\sigma(1+\lambda) \quad (11)$$

对于混凝土材料 $0 < \beta < 1$, 并且 $R_1 = [1 + a^2/(r^2 + 2ar)]^{1/2} > 1$, 则由式(11)得

$$\frac{f_t - \beta\sigma(1+\lambda)}{(1-\beta)\sigma} > 1 \quad (12)$$

由式(12)解得

$$\lambda < \frac{1}{\beta} \left(\frac{f_t}{\sigma} - 1 \right) = \frac{\lambda_{0m}}{\beta} \quad (13)$$

则应用修正的莫尔强度理论时, λ 适用的条件是: $\lambda_{0m} < \lambda < \lambda_{0m}/\beta$ 。

当 $\theta=0$ 且 $\lambda_{0m} < \lambda < \lambda_{0m}/\beta$ 时, 由式(11)解得应用修正的莫尔强度理论确定的微裂区临界值的解析表达式

$$r_{0cm} = \frac{a}{\left\{ 1 - \left[\frac{(1-\beta)K_{IC}}{f_t \sqrt{\pi a} - \beta K_{IC}(1+\lambda)} \right]^2 \right\}^{1/2}} - a \quad (14)$$

式中, K_{IC} 是混凝土的断裂韧度。

2 应用修正的莫尔强度理论确定 FPZ 临界值

基本假设:

(1) 断裂过程区处于裂纹尖端并沿裂纹方向呈带状分布, 即与 σ_1 相垂直。

(2) 断裂过程区内的最大拉应力等于 f_t , 由幂函数表示拉应变软化曲线为

$$\sigma = f_t \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_t} \right)^{-n}, \quad 0 \leq n < 1 \quad (15)$$

式中, ϵ 为应变; ϵ_t 为混凝土的极限拉应变; n 为拉应变软化系数。当 $\theta=0$ 时, 设 r_p 为断裂过程区的长度, $\hat{r}_p = r_p/a_0$ 是无量纲参数。I 型裂纹尖端的应力 σ_y 可表示为^[17]

$$\sigma_y = f_t \left(\frac{r_p}{r} \right)^{\frac{n}{n-1}}, \quad 0 \leq n < 1 \quad (16)$$

(3) 断裂过程区以外均处于弹性状态,且拉、压弹性模量相同(实用上,可以更严格的假定压应力水平在混凝土强度的 50% 以内)。

(4) 与 Dugdale 模型^[18] 相仿,根据合力等效(即面积相等)原则得

$$\int_0^{r_p} f_t \left(\frac{r_p}{r} \right)^{\frac{n}{n-1}} dr = \int_0^{r_0} \sigma_y dr, \quad 0 \leq n < 1 \quad (17)$$

式中, r_0 是微裂区的长度,这样就可以考虑裂纹尖端的应力松弛现象。所得解是一个裂纹尖端附近的局部解,但已通过积分消除了裂纹尖端应力场的奇异性,断裂过程区沿裂纹延长线呈带状分布。当 $\theta=0$ 时,将式(1)代入式(17)得到断裂过程区的长度 r_p 的表达式

$$r_p = \frac{\sigma}{(1-n)f_t} (r_0^2 + 2ar_0)^{1/2} \quad (18)$$

当 $\lambda_{0m} < \lambda < \lambda_{0m}/\beta$ 时,将由 Muskhelishvili 应力函数并利用修正的莫尔强度理论得到的公式(14)代入式(18)得到断裂过程区临界值

$$r_{pm} = \frac{aK_{IC}^2(1-\beta)}{\sqrt{\pi a}(1-n)f_tAB^{1/2}} \quad (19)$$

式中, $A = f_t \sqrt{\pi a} - K_{IC}\beta(1+\lambda)$; $B = 1 - \{(1-\beta)K_{IC}/[f_t \sqrt{\pi a} - \beta K_{IC}(1+\lambda)]\}^2$ 。

参照文献[19],以 $n=0.75$ 为例,取 $K_{IC}=0.5 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$, $f_t=2.6 \text{ MPa}$,初始裂纹 $a=0.05 \text{ m}$ 。当 $\theta=0$ 且 $\lambda_{0m} < \lambda < \lambda_{0m}/\beta$ 时,断裂过程区临界值长度 r_{pm} 随着 λ 的变化如图 3 所示,图 3 中实线代表本文结果,虚线代表根据最大拉应力强度理论^[11] 得到的结果。

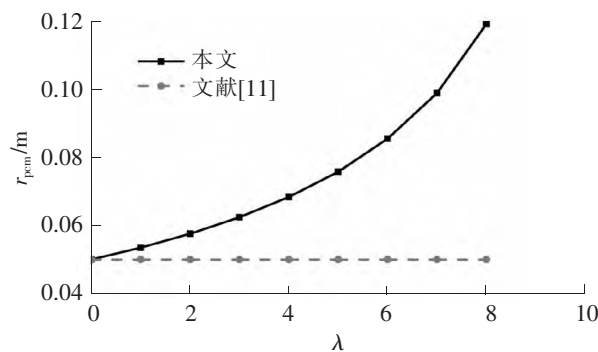


图 3 λ 对断裂过程区临界值的影响

从图 3 中可以看出 r_{pm} 随着 λ 的增加而增加,且增加的速度在加快,显示出与文献[12-13]研究结果相符的特征,表明了平行于裂纹方向压应力作用对 I 型断裂过程区尺度的影响;当 $\lambda=0$ 时,与最大拉应力强度理论得到的结果相吻合。

3 结论

基于 Muskhelishvili 应力函数全场解,应用修正的莫尔强度理论确定了混凝土裂纹微裂区临界值的解析表达式,根据幂指数函数描述的混凝土拉应变软化模型导出了断裂过程区临界值的解析表达式,结果表明:

(1) 对于平行于裂纹方向作用有压应力的无限大板 I 型中心裂纹问题,当 $\lambda_{0m} < \lambda < \lambda_{0m}/\beta$ 时,基于 Muskhelishvili 应力函数应用修正的莫尔强度理论评估混凝土 I 型裂纹尖端微裂区和断裂过程区的尺度是合理的。

(2) 混凝土裂纹尖端微裂区和断裂过程区尺度随着平行于裂纹方向压应力的增加而增大。

(3) 对于单向或双向受拉的平面裂纹问题(取 $\sigma_3=0$),本文全场解仍然成立。

参 考 文 献

- [1] Ohtsu M, Kaminaga Y, Munwam M C. Experimental and numerical crack analysis of mixed-mode failure in concrete by acoustic emission and boundary element method [J]. Construction and Building Materials, 1999, 13(1): 57-64.
- [2] Sagar R V, Prasad R V, Prasad B K R, Rao M V M S. Microcracking and fracture process in cement mortar and concrete: a comparative study using acoustic emission technique [J]. Experimental Mechanics, 2013, 53(1): 1161-1175.
- [3] 吴智敏, 赵国藩. 光弹贴片法研究混凝土在疲劳荷载作用下裂缝扩展过程[J]. 实验力学, 2000, 15(3): 286-292.
- [4] Hillerborg A. Analysis of fracture by means of the fictitious crack model, particularly for fiber-reinforced concrete [J]. Int J Cement Compos, 1980(2): 177-188.
- [5] Bazant Z P, Pang S D, Vorechovsky M. Energetic-statistical size influence simulated by SFEM with stratified sampling and crack band model [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2007, 71(2): 1297-1320.
- [6] Duan S J, Nakagawa K. Stress functions with finite stress concentration at the crack tips for central cracked panel [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1988, 29: 517-526.
- [7] Sucedo L, Yu R C, Ruiz G. Fully-developed FPZ length in quasi-brittle materials [J]. International Journal of Fracture, 2012, 178: 97-112.
- [8] Benvenuti E, Tralli A. Simulation of finite-width process zone in concrete-like materials by means of a regularized extended finite element model [J]. Computational Mechanics, 2012, 50: 479-497.
- [9] Su R K L, Chen H H N, Kwan A K H. Incremental displacement collocation method for the evaluation of tension softening curve of mortar [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2012, 88: 49-62.
- [10] 赵新安, 段树金. 混凝土劈裂试件断裂过程的数值模拟[J]. 石家庄铁道学院学报, 2003, 16(3): 48-52.
- [11] 段树金, 张彦龙, 安蕊梅. 基于裂纹尖端二阶弹性解的断裂过程区尺度[J]. 应用数学和力学, 2013, 34: 598-605.
- [12] 过镇海, 时旭东. 钢筋混凝土原理和分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003.
- [13] 朱万成, 唐春安, 赵文, 等. 混凝土试样在静态荷载作用下断裂过程的数值模拟研究[J]. 工程力学, 2002, 19(6): 148-153.
- [14] 尚世明, 宋玉普. 混凝土双轴拉压动态强度及破坏准则试验[J]. 沈阳建筑大学学报: 自然科学版, 2012, 28(5): 782-787.
- [15] Erarslan N. A study on the evaluation of the fracture process zone in CCNBD rock samples [J]. Experimental Mechanics, 2013, 53(4): 1475-1489.
- [16] 胡若邻, 黄培彦, 郑顺朝. 混凝土断裂过程区尺寸的理论推导[J]. 工程力学, 2010, 27(6): 127-132.
- [17] Schmidt R. A. Microcrack model and its significance to hydraulic fracturing and fracture toughness testing [C]//Rolla M O. Proceedings of the 21st US Symposium on Rock Mechanics. USA: University of Missouri, 1980: 581-590.
- [18] Dugdale D S. Yielding of steel sheet containing slits [J]. Journal of the Mechanics Physics of Solids, 1960, 8: 100-104.
- [19] 张彦龙, 段树金, 安蕊梅. 软化指数对混凝土断裂过程区尺度的影响[J]. 石家庄铁道大学学报: 自然科学版, 2014, 27(2): 19-22.

Influence of Compression in the Crack Direction on Concrete FPZ Size

Zhang Yanlong, Duan Shujin, An Ruimei

(School of Civil Engineering, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China)

Abstract: Based on the maximum tensile stress and the maximum compressive stress obtained by Muskhelishvili stress function at the crack tip, the applicable condition of the modified Mohr strength criterion was determined for Griffith mode-I crack problem in which the compressive stress is applied in the crack direction. The analytical expression of critical characteristic micro-crack zone size ahead of the crack was derived, and the critical fracture process zone (FPZ) size was yielded out with a power exponent tensile strain softening model of concrete. The results show it is accessible that the modified Mohr strength criterion can be used to predict the micro-crack zone sizes and FPZ sizes of Griffith mode-I crack problem and moreover, the micro-crack zone sizes and FPZ sizes increase with the applied compressive stresses in the crack direction.

Key words: concrete; Mohr strength criterion; fracture process zone (FPZ); micro-crack zone; compressive stress