

软化指数对混凝土断裂过程区尺度的影响

张彦龙, 段树金, 安蕊梅

(石家庄铁道大学 土木工程学院, 河北 石家庄 050043)

摘要:应用 Muskhelishvili 应力函数全场解, 根据幂指数函数描述的混凝土拉应变软化模型导出断裂过程区 (FPZ) 过程值及临界值的解析表达式, 分析了在最大拉应变强度理论下软化指数对 FPZ 过程值及临界值的影响。结果表明: 混凝土 FPZ 过程值及临界值都随着软化指数的增加而增加, 不同泊松比下变化规律相近。

关键词:混凝土; 断裂力学; 断裂过程区; 软化指数

中图分类号: TU528.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 2095-0373(2014)02-0019-04

0 引言

混凝土裂纹对混凝土结构安全性和耐久性的影响一直是各国学术界和工程界关心的问题, 自 1961 年 Kaplan^[1] 将断裂力学引入到混凝土断裂的研究以来, 人们对于混凝土裂纹的研究有了新的认识, 各国研究者纷纷提出了自己的理论, 经典的理论有虚裂纹模型^[2]、钝裂纹带模型^[3]、双参数模型^[4] 和 Duan-Nakagawa^[5-6] 模型等。断裂过程区的形成、扩展分别对应含切口混凝土试件荷载-位移曲线的上升段和下阶段, 是混凝土断裂过程的主要特征, 目前一般用断裂能和拉应变软化曲线予以描述。研究人员试图通过各种实验方法来得到断裂过程区的尺寸, 如激光散斑法、声发射法^[7-8]、光弹性贴片法^[9] 等, 但是都没有得到非常理想的结果。很多研究人员在研究混凝土的断裂时往往假设应变软化曲线是直线形或折线形以简化计算。胡若邻^[10] 等人根据幂指数描述的应变软化模型给出了考虑应力松弛影响的断裂过程区临界值的解析表达式。

本文研究对象为无限大平板双向拉伸 I 型裂纹, 如图 1 所示。应用 Muskhelishvili 应力函数全场解导出断裂过程区过程值及临界值的解析表达式, 分析软化指数对断裂过程区过程值和临界值的影响。

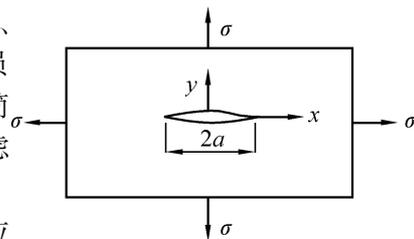


图 1 双向受拉无限大中心裂纹板

1 微裂区的解析表达式

Muskhelishvili 应力函数的解析表达式

$$\begin{cases} \sigma_x = \sigma R_1 \cos \frac{1}{2} \Theta_1 + \frac{\sigma \bar{r} \sin \theta}{(A_2^2 + B_2^2)^{3/4}} \sin \frac{3}{2} \Theta_2 \\ \sigma_y = \sigma R_1 \cos \frac{1}{2} \Theta_1 - \frac{\sigma \bar{r} \sin \theta}{(A_2^2 + B_2^2)^{3/4}} \sin \frac{3}{2} \Theta_2 \\ \tau_{xy} = \frac{\sigma \bar{r} \sin \theta}{(A_2^2 + B_2^2)^{3/4}} \cos \frac{3}{2} \Theta_2 \end{cases} \quad (1)$$

式中, σ 为远场拉应力; $\bar{r} = r/a_0$;

$$\begin{cases} R_1 = (A_1^2 + B_1^2)^{1/4} / (\tilde{r}^3 + 4\tilde{r}^2 \cos\theta + 4\tilde{r})^{1/2} \\ \Theta_1 = \arctan(B_1/A_1) \\ \Theta_2 = \arctan(B_2/A_2) \\ A_1 = \tilde{r}^3 + 4\tilde{r}^2 \cos\theta + \tilde{r}(5 - 2\sin^2\theta) + 2\cos\theta \\ B_1 = -(\tilde{r}\sin 2\theta + 2\sin\theta) \\ A_2 = \tilde{r}^2 \cos 2\theta + 2\tilde{r}\cos\theta \\ B_2 = -(\tilde{r}^2 \sin 2\theta + 2\tilde{r}\sin\theta) \end{cases}$$

由式(1)得裂纹尖端的最大拉应力为

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \sigma R_1 \cos \frac{1}{2}\Theta \pm \frac{\sigma \tilde{r} \sin \Theta}{(A_2^2 + B_2^2)^{3/4}} \quad (2)$$

根据最大拉应变准则

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_u = \sigma_u / E \quad (3)$$

$$\sigma_1 - \nu \sigma_2 = \sigma_u \quad (\text{平面应力}) \quad (4)$$

$$\sigma_1 - \nu[\sigma_2 + \nu(\sigma_1 + \sigma_2)] = \sigma_u \quad (\text{平面应变}) \quad (5)$$

将式(2)代入式(4)、式(5)就可以得到微裂区的轮廓线方程

$$(1 - \nu)\sigma R_1 \cos \frac{1}{2}\Theta_1 + (1 + \nu) \frac{\sigma \tilde{r} \sin \theta}{(A_2^2 + B_2^2)^{3/4}} = \sigma_u \quad (\text{平面应力}) \quad (6)$$

$$(1 - \nu - 2\nu^2)\sigma R_1 \cos \frac{1}{2}\Theta_1 + (1 + \nu) \frac{\sigma \tilde{r} \sin \theta}{(A_2^2 + B_2^2)^{3/4}} = \sigma_u \quad (\text{平面应变}) \quad (7)$$

当 $\theta = 0$ 时,由式(6)、式(7)可以得到基于最大拉应变强度理论确定的微裂区的解析表达式。若 $K_I < K_{IC}$

$$r_0 = \frac{a}{\left[1 - \frac{(1 - \nu)^2}{\pi a} \left(\frac{K_I}{\sigma_u}\right)^2\right]^{1/2}} - a \quad (\text{平面应力}) \quad (8)$$

$$r_0 = \frac{a}{\left[1 - \frac{(1 - \nu - 2\nu^2)^2}{\pi a} \left(\frac{K_I}{\sigma_u}\right)^2\right]^{1/2}} - a \quad (\text{平面应变}) \quad (9)$$

若 $K_I = K_{IC}$

$$r_{0c} = \frac{a}{\left[1 - \frac{(1 - \nu)^2}{\pi a} \left(\frac{K_{IC}}{\sigma_u}\right)^2\right]^{1/2}} - a \quad (\text{平面应力}) \quad (10)$$

$$r_{0c} = \frac{a}{\left[1 - \frac{(1 - \nu - 2\nu^2)^2}{\pi a} \left(\frac{K_{IC}}{\sigma_u}\right)^2\right]^{1/2}} - a \quad (\text{平面应变}) \quad (11)$$

2 混凝土的 FPZ 过程值及临界值的解析表达式

为了便于处理混凝土的断裂过程区出现的软化,采用幂函数模型描述断裂过程区的应力应变关系。

采用由幂函数得到的应变软化曲线,下降段($\varepsilon > \varepsilon_u$)的函数表达式为

$$\sigma = \sigma_u \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}\right)^{-n}, (0 \leq n < 1) \quad (12)$$

当 $\theta = 0$ 时,设 r_p 为断裂过程区的长度, $\tilde{r}_p = r_p/a_0$ 是无量纲参数。在此范围内, I 型裂缝尖端的应力 σ_y 可表示为^[11]

$$\sigma_y = \sigma_u \left(\frac{r_p}{r}\right)^{\frac{n}{n-1}} \quad (13)$$

考虑裂纹尖端的应力松弛现象,根据合力等效(即面积相等)原则得

$$\int_0^{\tilde{r}_p} \sigma_u \left(\frac{\tilde{r}_p}{\tilde{r}} \right)^{n-1} dr = \int_0^{r_0} \sigma_y dr \quad (14)$$

当 $\theta = 0$ 时,令 $\tilde{\sigma} = \sigma/\sigma_u$,将式(1)代入式(14),得到 \tilde{r}_p 的表达式为

$$\tilde{r}_p = \frac{\tilde{\sigma}}{1-n} (\tilde{r}_0^2 + 2\tilde{r}_0)^{1/2} \quad (15)$$

当 FPZ 没有完全形成时,即当 $K_I < K_{IC}$ 时,将式(8)和式(9)分别代入式(15)得到 FPZ 过程值

$$r_p = \frac{1-\nu}{1-n} \frac{K_I^2}{\sigma_u \left[\pi^2 \sigma_u^2 - \frac{(1-\nu)^2 \pi K_I^2}{a} \right]^{1/2}} \quad (\text{平面应力}) \quad (16)$$

$$r_p = \frac{1-\nu-2\nu^2}{1-n} \frac{K_I^2}{\sigma_u \left[\pi^2 \sigma_u^2 - \frac{(1-\nu-2\nu^2)^2 \pi K_I^2}{a} \right]^{1/2}} \quad (\text{平面应变}) \quad (17)$$

当 FPZ 完全形成后,即当 $K_I = K_{IC}$ 时,将式(10)和式(11)分别代入式(15)得到 FPZ 临界值

$$r_{pc} = \frac{1-\nu}{1-n} \frac{K_{IC}^2}{\sigma_u \left[\pi^2 \sigma_u^2 - \frac{(1-\nu)^2 \pi K_{IC}^2}{a} \right]^{1/2}} \quad (\text{平面应力}) \quad (18)$$

$$r_{pc} = \frac{1-\nu-2\nu^2}{1-n} \frac{K_{IC}^2}{\sigma_u \left[\pi^2 \sigma_u^2 - \frac{(1-\nu-2\nu^2)^2 \pi K_{IC}^2}{a} \right]^{1/2}} \quad (\text{平面应变}) \quad (19)$$

3 软化指数对 FPZ 过程值及临界值的影响

根据参考文献[12]各个参数取值:断裂韧度 $K_{IC} = 0.5 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$,极限强度 $\sigma_u = 2.6 \text{ MPa}$,初始裂纹 $a = 0.05 \text{ m}$ 。由最大拉应变强度理论,平面应力或平面应变状态下不同软化指数 n 和泊松比 ν 下 FPZ 过程值 r_p 与应力强度因子 K_I 的关系如图 2 所示;软化指数 n 对 FPZ 临界值 r_{pc} 的影响如图 3 所示。从中可以得出断裂过程区的过程值和临界值随着软化指数的增加而增加,且在不同的泊松比下这种变化规律相近。

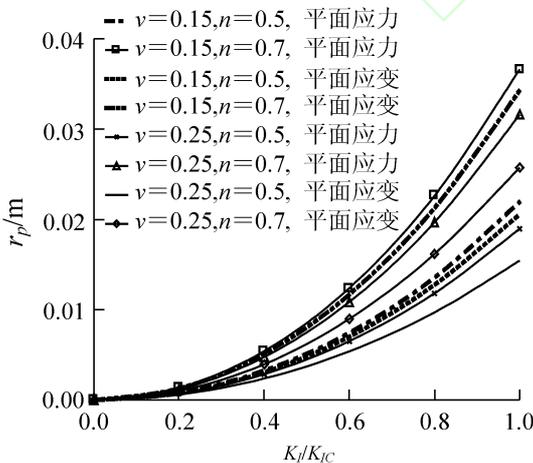


图 2 应力强度因子 K_I 与 FPZ 过程值 r_p 的关系

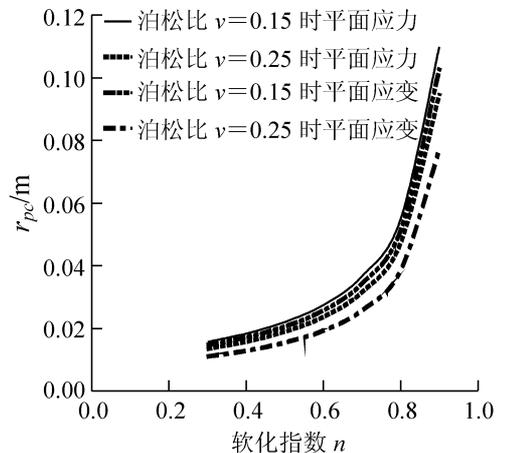


图 3 软化指数 n 与 FPZ 临界值 r_{pc} 的关系

4 结论

应用 Muskhelishvili 应力函数全场解,根据幂指数函数描述的混凝土拉应变软化模型导出的断裂过程区(FPZ)过程值及临界值的解析表达式,分析了在最大拉应变强度理论下软化指数对 FPZ 过程值及临界

值的影响,可以描述混凝土断裂过程区形成和扩展的全过程。断裂过程区沿裂纹延长线呈带状分布;将不同泊松比下软化指数对应的 FPZ 过程值及临界值进行比较,结果表明混凝土的 FPZ 过程值及临界值都随着软化指数的增加而增加,不同泊松比下具有类似变化规律;平面应变下断裂过程区尺度小于平面应力下的尺度。

参 考 文 献

- [1] Kaplan M F. Crack propagation and the fracture of concrete[J]. J ACI, 1961, 58:591-610.
- [2] Hillerborg A. Analysis of fracture by means of the fictitious crack model, particularly for fiber-reinforced concrete [J]. Int J Cement Compos, 1980(2):177-188.
- [3] Bazant Z P, Pang S D, Vorechovsky M. Energetic - statistical size effect simulated by SFEM with stratified sampling and crack band model [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2007, 71(2): 1297-1320.
- [4] Jenq Y S, Shah S P. Two parameter fracture model for concrete[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1985, 111(10):1227-1241.
- [5] Duan S J, Nakagawa K. Stress functions with finite stress concentration at the crack tips for central cracked panel[J]. Engng Fracture Mech, 1988, 29(5): 517-526.
- [6] Zhu M, Chang W V. An unsymmetrical fracture process zone model and its application to the problem of radical crack with an inclusion in longitudinal shear deformation[C]//Mihashi H, Rokugo K. Fracture Mechanics of Concrete Structure. Freiburg: AEDIFICATIO Publishers, 1998:1097-1106.
- [7] Ohtsu M, Kaminaga Y, Munwam M C. Experimental and numerical crack analysis of mixed-mode failure in concrete by acoustic emission and boundary element method [J]. Construction and Building Materials, 1999, 13(1): 57-64.
- [8] Landis E N. Micro-macro fracture relationship and acoustic emission in concrete [J]. Construction and Building Materials, 1999, 13(2): 65-72.
- [9] 吴智敏, 赵国藩. 光弹贴片法研究混凝土在疲劳荷载作用下裂缝扩展过程[J]. 实验力学, 2000, 15(3): 286-292.
- [10] 胡若邻, 黄培彦, 郑顺朝. 混凝土断裂过程区尺寸的理论推导[J]. 工程力学, 2010, 27(6): 127-132.
- [11] Schmidt R A. A microcrack model, its significance to hydraulic fracturing and fracture toughness testing [C]// Proceedings of the 21st US Symposium on Rock Mechanics. Rolla Mo: University of Missouri, 1980: 581-590.
- [12] 胡若邻, 黄培彦, 周绪平. 混凝土断裂韧度尺寸效应的试验研究[J]. 华南理工大学学报:自然科学版, 2008, 36(6): 47-51.

Influence of Tensile Strain Softening Index on Size of Fracture Process Zone

Zhang Yanlong, Duan Shujin, An Ruimei

(School of Civil Engineering, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China)

Abstract: The developing size and critical size of concrete fracture process zone (FPZ) is obtained by use of a power exponent function considering the effect of the tensile strain softening based on the stress function of Muskhelishvil. The influences of tensile strain softening index on the developing size and critical size of FPZ are studied. The results show that the developing size and critical size of FPZ increase with the increasing tensile strain softening index and the law is very identical with different Poisson's ratios.

Key words: concrete; fracture mechanics; fracture process zone (FPZ); strain softening index

(责任编辑 刘宪福)