

移动荷载作用下接触网的动力响应

冯自进, 郭树起, 马宝平

(石家庄铁道大学 工程力学系 河北 石家庄 050043)

摘要: 研究接触网在移动荷载作用下的动力响应。通过接触网的模型建立其运动微分方程, 由于接触网的弹性系数在每跨内呈现函数的形式变化, 经过适当变换后可以得出一个二阶变系数微分方程, 采用 WKB 法对其进行求解。再通过周期性条件和悬挂点处力的平衡条件得出接触网的模态函数和频率方程。最后采用模态叠加法对接触线的运动微分方程进行求解, 最终得出了接触线在受电弓作用下的动力响应。

关键词: 弹性系数; 边界条件; 频率方程; 动态响应

中图分类号: U225.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 2095-0373(2013)03-0074-08

0 引言

当高速列车的受电弓在接触网上滑动时, 必然会引起接触线位移的升高, 如果接触线位移值上升过大, 会使弓网发生脱离, 严重时会影响着列车的正常受流。所以控制接触线上升的位移和减小离线率已经成为了人们研究的焦点。由于接触网模型的复杂性, 其运动方程往往也是非常复杂的。所以人们总是忽略一些次要的因数, 或者采用数值方法和计算机仿真进行研究。其中 Scott 和 Rothman 在文献[1]中将接触网看成一个整体的模型建立了其在受电弓作用下的运动微分方程, 通过忽略次要的因数得出的解与计算机模拟出的结果进行了比较, 发现二者具有很高的一致性。李丰良等人在文献[2]中将接触线作为一个梁单元进行处理, 推导出了接触线的运动方程, 并采用模态叠加法进行了求解, 在求解过程中将接触线的两端看成是简支约束, 这种情况虽然得出了最终解的形式, 但是存在着不合理的地方, 因为接触线每跨度边界上总存在着一定的弹性系数, 因此不能将其位移看成是零, 也不能将其看成其它简单的边界条件。而 Gukow 等人在文献[3]中将接触网跨距的边界看成是两个弹簧约束, 并且通过模拟方法得出该弹簧的刚度。但该文献只是将整个接触悬挂作为一个整体进行研究, 因此看不出吊弦对接触线动力响应的影响。T. X. Wu 等人在文献[4]中对接触网建立了一个比较简单的模型, 采用了一个周期性条件和一个力的平衡条件作为接触网两端的边界条件, 并采用傅里叶变换进行了求解, 得出了接触线在移动荷载作用下的动力响应。但是同样也忽视了吊弦对接触线的作用。吊弦作用在接触线上, 对接触线有一定的抬升作用, 因此在研究过程中有人将其简化为一个拉压杆, 如文献[5], 也有将其简化为一个绳索模型, 如文献[6], 但更多的是将其简化为弹簧模型, 如文献[7]~文献[9]。因此在求解接触网受移动荷载作用下的动力响应时, 必须要处理好两个重要问题, 一个是接触网的边界条件, 另一个是吊弦对接触线的作用。

1 接触网模型与控制方程

接触网是一个非常复杂的系统, 因此必须对其进行简化。在本文研究中将吊弦对接触线的作用力简化为一个分布的弹簧力, 弹簧系数为 $K(x)$, 由于接触网总是以长度为 L 周期性出现的, 因此 $K(x)$ 是一个周期为 L 的周期函数, 将其展开为傅里叶的余弦形式为

$$K(x) = \lambda + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \cos\left(\frac{2\pi n}{L}x\right) \quad (1)$$

收稿日期: 2013-01-09

作者简介: 冯自进 男 1986 年出生 硕士研究生

基金项目: 国家自然科学基金(11272219; 11072157)

式中 λ 和 α_n 都为已知的常数。

取接触线为研究对象, 由于接触线从整体上看是一个悬挂的索单元, 因此在研究中将接触线简化为一个软索模型。同时只考虑接触线的上下振动, 忽略软索的抗弯刚度及接触线的摆动, 同时也不考虑风荷载和温度对接触线的影响。将受电弓对接触线的作用看成一个移动常力 p 。接触网的物理模型和数学计算模型分别如图 1 和图 2 所示, 则接触线的运动微分方程为

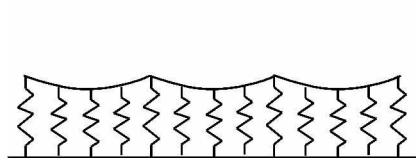


图1 接触线的物理模型

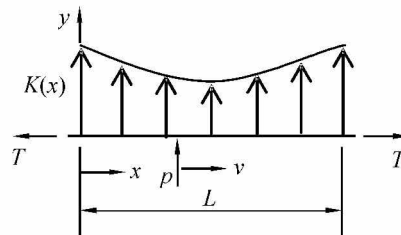


图2 接触线数学计算模型

$$m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + K(x) y = p \delta(x - vt) \quad (2)$$

式中 m 为接触线单位长度的质量; T 为接触线的张力。上述方程通过变换可得

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - c_p^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{K(x)}{m} y = \frac{p}{m} \delta(x - vt) \quad (3)$$

式中 c_p 称为波动速度。上述方程是一个关于 x 和 t 耦合的变系数非齐次偏微分方程, 在求解中首先必须进行解耦。而非齐次微分方程的解与其所对应的齐次方程相关, 因此本文将先求解方程(3)所对应的齐次方程, 即

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - c_p^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{K(x)}{m} y = 0 \quad (4)$$

设上述方程的解为

$$y(x, t) = \phi(x) q(t) \quad (5)$$

代入到方程(4)中, 通过化简得

$$\frac{\ddot{q}(t)}{q(t)} = c_p^2 \frac{\phi''(x)}{\phi(x)} - \frac{K(x)}{m} = -\omega^2 \quad (6)$$

从上式可知 ω 是一个常数, 则方程(4)可解耦为下面两个方程

$$\ddot{q}(t) + \omega^2 q(t) = 0 \quad (7)$$

$$\frac{d^2 \phi(x)}{dx^2} + \left(\frac{\omega^2}{c_p^2} - \frac{K(x)}{T} \right) \phi(x) = 0 \quad (8)$$

其中方程(7)可直接求解为

$$q(t) = a_0 \cos(\omega t) + b_0 \sin(\omega t) \quad (9)$$

式中 a_0 和 b_0 由初始条件确定。

2 $K(x) = b$ 时接触线的模态函数

若弹性系数 $K(x) = b$, 即其傅里叶展开式取第一项, 则方程(8)是一个二阶常系数微分方程。若令 $a = \frac{\omega^2}{c_p^2} - \frac{b}{T}$, 且其值大于零, 则可以直接得出其解为

$$\phi(x) = c_1 \sin(\sqrt{ax}) + c_2 \cos(\sqrt{ax}) \quad (10)$$

式中 c_1 和 c_2 可通过边界条件求出。由于接触网的每跨度的边界很复杂, 除了弹性吊索外还有定位器等。因此不能将其看成固定端约束或简支约束, 将引用文献[4]里的两个边界条件, 即一个周期性条件和一个悬挂点处力的平衡条件。

$$\begin{cases} y\left(x + nL + \frac{nL}{c_p}\right) = y(x) \\ K_s y(L) = T y'(L^+) - T y'(L^-) \end{cases} \quad (11)$$

式中 K_s 为悬挂点处的弹性系数 L^+ 为悬挂点右侧的位移 L^- 为悬挂点左侧的位移。由式(11)可知

$$y(L^+) = y\left(0 + \frac{L}{c_p}\right) \quad y(L^-) = y(L) \quad (12)$$

因此式(11)可化为

$$y\left(L + \frac{L}{c_p}\right) = y(0) \quad (13)$$

$$K_s y(L) = T y'\left(0 + \frac{L}{c_p}\right) - T y'(L) \quad (14)$$

将式(5)代入式(13)式(14)进一步化简可得

$$\phi(0) q(0) = \phi(L) q\left(\frac{L}{c_p}\right) \quad (15)$$

$$\frac{K_s}{T} \phi(L) q(0) = \phi'(0) q\left(-\frac{L}{c_p}\right) - \phi'(L) q(0) \quad (16)$$

将上两式代入到(10)式中,可得

$$\begin{cases} \sin(\sqrt{a}L) q\left(\frac{L}{c_p}\right) c_1 + \left[\cos(\sqrt{a}L) q\left(\frac{L}{c_p}\right) - q(0)\right] c_2 = 0 \\ \left[q\left(-\frac{L}{c_p}\right) - \cos(\sqrt{a}L) q(0)\right] c_1 + \left[\sin(\sqrt{a}L) q(0) - \frac{K_s q(0)^2}{T \sqrt{a} q\left(\frac{L}{c_p}\right)}\right] c_2 = 0 \end{cases} \quad (17)$$

由于上式 c_1 和 c_2 有非零解,则其系数行列式必须等于零,那么频率方程为

$$q(0) q\left(\frac{L}{c_p}\right) + q(0) q\left(-\frac{L}{c_p}\right) - q\left(\frac{L}{c_p}\right) q\left(-\frac{L}{c_p}\right) \cos(\sqrt{a}L) - q(0)^2 \cos(\sqrt{a}L) - \frac{K_s q(0)^2}{T \sqrt{a}} \sin(\sqrt{a}L) = 0 \quad (18)$$

假设接触线波动时的初始位移等于 0,即 $q(0) = 0$,则上述方程可变为

$$q\left(\frac{L}{c_p}\right) q\left(-\frac{L}{c_p}\right) \cos(\sqrt{a}L) = 0 \quad (19)$$

由于 $q\left(\frac{L}{c_p}\right) q\left(-\frac{L}{c_p}\right)$ 不等于 0,则频率方程可以进一步化简为

$$\cos(\sqrt{a}L) = 0 \quad (20)$$

所以接触线的频率为

$$\omega_i = \sqrt{\frac{c_p^2}{L^2} \left(\frac{\pi}{2} + i\pi\right)^2 + \frac{b}{m}} \quad (21)$$

将式(20)代入到式(17)中,得 $c_1 = 0$,若取 $c_2 = 1$,则接触线相应的第阶模态函数可表示为

$$\phi_i(x) = \cos(\sqrt{a_i}x) \quad (22)$$

3 $K(x)$ 为函数时接触线的模态函数

如果 $K(x)$ 是一个函数。即其傅里叶展开式至少取前两项。令 $\tau = x/L$,代入到方程(8)中,通过一些变换可得

$$\frac{d^2 \phi(\tau)}{d\tau^2} + (\gamma^2 - \theta(\tau)) \phi(\tau) = 0 \quad (23)$$

式中 $\theta(\tau) = \frac{K(\tau)}{T} L^2$, $\gamma^2 = \frac{\omega^2}{c_p^2} L^2$ 。上述方程是一个二阶变系数微分方程,很难得出精确的解析解,只能采用数值方法得出数值解或采用近似方法得出近似的解析解。因此设

$$\phi(\tau) = A(\tau) e^{ih(\tau)} \quad (24)$$

代入到方程(23)中, 可得

$$2A'H + AH' = 0 \quad (25)$$

$$A'' - AH^2 + (\gamma^2 - \theta)A = 0 \quad (26)$$

式中 $H(\tau) = \frac{dh(\tau)}{d\tau}$, 方程(25)的解为

$$A(\tau) = a_0 H(\tau)^{-\frac{1}{2}} \quad (27)$$

式中 $a_0 = A(0) \sqrt{H(0)}$ 将上式代入到方程(21)中可得

$$\frac{3}{4} \frac{H^2}{H^2} - \frac{1}{2} \frac{H''}{H} - H^2 + \lambda^2 - \theta = 0 \quad (28)$$

根据文献[10]可得上述方程的解为

$$H(\tau) = \sqrt{\beta(\tau) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n(\tau)}{\beta(\tau)^n}} \quad (29)$$

式中, $\beta(\tau) = \gamma^2 - \theta(\tau)$ $b_1 = \frac{\theta''}{4}$ $b_2 = -\frac{1}{4}b_1'' + \frac{5}{16}\theta'^2$ $b_3 = -2b_1^2 - \frac{1}{4}b_2'' - \frac{9}{8}b_1\theta'$,

$$\begin{cases} b_4 = \frac{5}{16}b_1'^2 - 5b_1b_2 - \frac{1}{4}b_1b_1'' - \frac{9}{8}b_1\theta'^2 - \frac{1}{4}b_3'' - \frac{13}{8}b_2'\theta' \\ b_n = -\frac{1}{4}\bar{b}_{n-2} + \frac{5}{16}\hat{b}_{n-2} - \frac{1}{4}\bar{b}_{n-2} - \sum_{m=2}^{n-3} \left(\sum_{i=1}^{m-1} b_i b_{m-i} \right) b_{n-2-m} \end{cases} \quad \text{当 } n \geq 5 \text{ 时} \quad (30)$$

式中, $\bar{b}_n = (n+1)b_n\theta'' + (n+2.5)(n-1)b_{n-1}\theta'^2 + b_{n+1}\xi\xi + (2n+2.5)\theta'b_{n\xi}$;

$$\hat{b}_n = \sum_{j=1}^{n-1} ((j-1)(n-j-1)b_{j-1}b_{n-j-1}\theta'^2 + b_{j\xi}b_{n-j\xi} + 2(j-1)b_{j-1}b_{n-j\xi}\theta')$$

$$\bar{b}_n = \sum_{j=1}^{n-1} b_{n-j} [(j-1)b_{j-1}\theta'' + (j-2)(j-1)b_{j-2}\theta'^2 + 8b_{j+1} + b_{j\xi\xi} + 2(i-1)\theta'b_{j-1\xi}]。$$

所以

$$h(\tau) = \int_0^\tau \sqrt{\gamma^2 - \theta(z) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n(z)}{(\gamma^2 - \theta(z))^n}} dz \quad (31)$$

为了便于计算将取一阶近似值, 即

$$H(\tau) = \sqrt{\gamma^2 - \theta(\tau)} \quad (32)$$

$$h(\tau) = \int_0^\tau \sqrt{\gamma^2 - \theta(z)} dz \quad (33)$$

对于式(33), 直接积分很难得出结果, 一般只能采用数值方法进行求解。所以方程(23)的解可写成

$$\phi(\tau) = c_1 A(\tau) \cos(h(\tau)) + c_2 A(\tau) \sin(h(\tau)) \quad (34)$$

c_1 和 c_2 由边界条件确定, 这里边界条件可由(13)和(14)式变为

$$\begin{cases} \phi(0)q(0) = \phi(1)q\left(\frac{L}{c_p}\right) \\ \frac{K_s L}{T}\phi(1)q(0) = \phi'(0)q\left(-\frac{L}{c_p}\right) - \phi'(1)q(0) \end{cases} \quad (35)$$

这里的 ϕ' 表示 ϕ 对 τ 求导。将式(35)代入到式(34)中, 同理由 $q(0) = 0$ 中可得

$$\begin{cases} \cos(h(1))c_1 + \sin(h(1))c_2 = 0 \\ -\frac{H'(0)}{2H(0)}c_1 = H(0)c_2 = 0 \end{cases} \quad (36)$$

由式(32)可知 $H'(0) = -\frac{L^2}{2T}H(0)K'(0)$, 由式(1)可知 $K'(0) = 0$, 因此 $H'(0) = 0$, 代入到上式中可得

$c_2 = 0$ 因此频率方程为

$$\cos(h(1)) = 0 \quad (37)$$

所以

$$h_i(1) = \frac{\pi}{2} + i\pi \quad (38)$$

以上的频率表达式只能通过代入数值进行求解。令 $c_1 = 1$ 相应的模态函数可表示为

$$\phi_i(\tau) = A_i(\tau) \cos(h_i(\tau)) \quad (39)$$

4 接触网的动力响应

对于接触线的运动方程 将采用模态叠加法进行求解 即设方程(3)的解为

$$y(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x) q_i(t) \quad (40)$$

将其代入到接触线在受电弓作用下的运动方程中 同时在方程的两边乘以 $\phi_j(x)$ 并沿着接触线的跨度进行积分 即沿 0 到 L 积分。利用模态函数的正交性 通过化简可得

$$M\ddot{q}_i(t) + Kq_i(t) = \frac{P}{m}\phi_i(vt) \quad (41)$$

式中, $M = \int_0^L \phi_i^2(x) dx$ 称为广义质量 $K = - \int_0^L \left[c_p^2 \phi_i(x) \phi_i''(x) - \frac{K(x)}{m} \phi_i^2(x) \right] dx$ 称为广义刚度。进一步化简为

$$\ddot{q}_i(t) + \Omega_i^2 q_i(t) = \frac{P}{mM_i} \phi_i(vt) \quad (42)$$

式中 $\Omega_i^2 = \frac{K}{M}$ 。

4.1 $K(x) = b$ 时接触线的动力响应

当 $K(x)$ 为常数时 接触线的模态函数可由式(22)获得 将其代入到广义质量和广义刚度中可得

$$M = \frac{L}{2} \quad (43)$$

$$K_i = \frac{L(c_p^2 a_i m + b)}{2m} \quad (44)$$

因此

$$\Omega_i = \sqrt{\frac{c_p^2 a_i m + b}{m}} \quad (45)$$

方程(42)的解为

$$q_i(t) = a_0 \sin(\Omega_i t) + b_0 \cos(\Omega_i t) + q_i^*(t) \quad (46)$$

式中,

$$q_i^*(t) = \frac{P}{mM\Omega_i} \int_0^t \phi_i(v) \sin(\Omega_i(t-z)) dz \quad (47)$$

将模态函数表达式(22)代入式(47)可得

$$q_i^*(t) = \frac{p [\cos(\Omega_i t) - \cos(\sqrt{a_i} vt)]}{mM(v^2 a_i - \Omega_i^2)} \quad (48)$$

若接触线运动时的初始速度和初始位移都为零 即

$$q_i(0) = 0 \quad \dot{q}_i(0) = 0 \quad (49)$$

将式(49)代入到式(47)中 可得

$$a_0 = 0 \quad b_0 = 0 \quad (50)$$

当接触线取一阶模态进行计算时, 则其动力响应为

$$y(x, t) = \cos(\sqrt{a_1}x) q_1(t) \quad (51)$$

若令 $x = \frac{L}{2}$, 则可以得出接触线跨中位置的位移随着时间变化的曲线。为了使图形尽量美观令 $t = \frac{\tau L}{v}$, 则

$$y\left(\frac{L}{2}, t\right)_{t=\frac{\tau L}{v}} = \cos\left(\frac{\sqrt{a_1}L}{2}\right) q_1(t) \quad (52)$$

若接触线的张力为 $T = 27 \text{ kN}$, 单位长度的质量为 $m = 8\,990 \times 120 \times 10^{-6} \text{ kg/m}$, 每跨长度 $L = 50 \text{ m}$, 受电弓对接触线的抬升力 $p = 100 \text{ N}$, 速度 $v = \beta c_p$, 其中 $\beta = 0.5$ 。则图3给出了接触线的跨中位移在不同的弹性系数下随着 τ 的变化曲线。从图中可以看出当接触线的弹性系数值 b 越小时, 接触线跨中的位移值也就越大, 而且都是先增大后减小。随着弹性系数值 b 的增大, 接触线跨中位移将会出现多个波峰值, 而且波峰值随着时间的将会不断的减小。因此在实际中应该尽量增大接触线的弹性系数。

如果接触线的弹性系数 $b = 0$, 同时系数 β 分别取 $0.3, 0.4, 0.5, 0.7, 0.9$ 。则图4给出了跨中位移的曲线图。从图中可以看出 β 的值越小接触线跨中位移最大值也就越大, 并且位移值总是先增大后减小, 但当 β 的值较大时即 $\beta = 0.9$ 时, 跨中位移的最大值也在相应的减小, 同时位移值在整个跨度中一直保持增大。但 β 的值不能过分增大, 若 $\beta = 1$, 也就是说受电弓的运行速度等于接触线波动的速度, 这个时候将会产生共振, 接触线的位移将无限增大, 弓网将发生脱离, 造成离线现象, 严重影响列车的稳定受流。在工程实际中, 应该坚决避免发生这种现象。

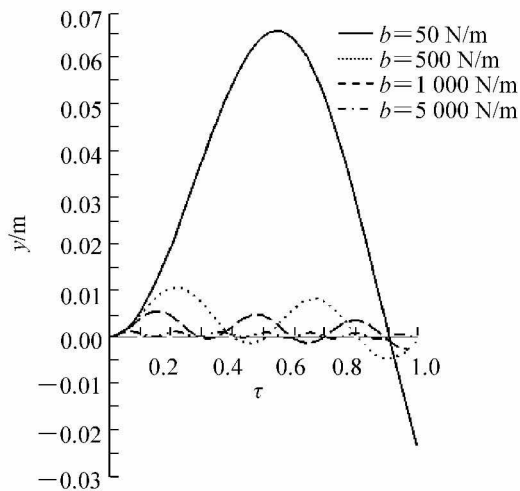


图3 接触线跨中位移与 b 的关系

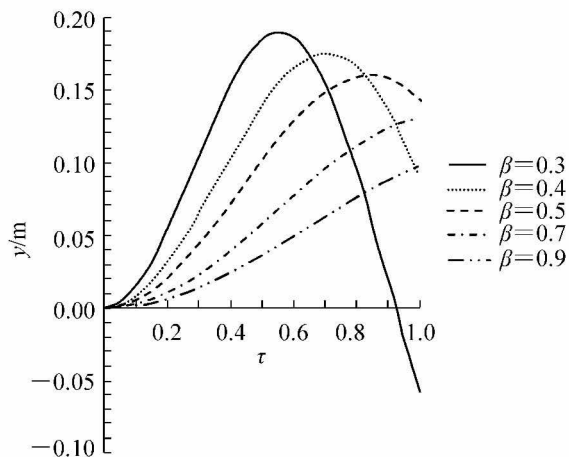


图4 接触线跨中挠度与 β 的关系

4.2 $K(x)$ 为函数时接触线的动力响应

当 $K(x)$ 为 (x) 的函数时, 接触线的模态函数可表示为

$$\phi_i(\tau) = A_i(\tau) \cos(h_i(\tau)) \quad (53)$$

此时, 广义质量 M 和广义刚度 K 直接积分是很难求得, 必须采用数值积分进行计算, 现采用的是辛普森公式。由于接触线弹性系数值 $K(x)$ 是一个傅里叶级数, 因此其项数取得越多则其误差越小。为了方便计算, 同时也为了减小误差取前三项进行计算, 即

$$K(\tau) = \lambda + \alpha_1 \cos(2\pi\tau) + \alpha_2 \cos(4\pi\tau) \quad (54)$$

式中 $K(\tau)$ 单位为 kN/m , 若取 $\lambda = 4.6$, $\alpha_1 = 2$, $\alpha_2 = 0.7$ 此时能很好的模拟出一个接触网的弹性系数。若 $v = \beta c_p$, $\beta = 0.5$, 通过辛普森公式计算(38)式可得接触线的第一阶频率为 $\omega_1 = 86.59 \text{ Hz}$, 同时由辛普森公式可得

$$h_1(\tau) = \frac{\tau}{6} \sum_{i=1}^4 \left[H_1\left(\frac{i-1}{2}\tau\right) + 4H_1\left(\frac{2i-1}{2}\tau\right) + H_1\left(\frac{i}{2}\tau\right) \right] \quad (55)$$

所以接触线的第一阶模态值为

$$\phi_1(\tau) = A_1(\tau) \cos(h_1(\tau)) \quad (56)$$

将式(56)代入到广义质量和广义刚度的表达式中得 $M_1 = 0.25A(0)^2$, $K_1 = 1894.834A(0)^2$, 因此 $\Omega_1 = 87.056$, 同理在初始速度和初始位移都为零的条件下, 方程(42)的解为

$$q_i(t) = \frac{P}{mM_i\Omega_iL} \int_0^t \phi_i\left(\frac{vz}{L}\right) \sin(\Omega_i(t-z)) dz \quad (57)$$

以上积分式也只能通过数值积分求得。则若取第一阶模态进行计算, 接触线的动力响应为

$$y(\tau, t) = \phi_1(\tau) q_1(t) \quad (58)$$

同理接触线跨中挠度随时间变化曲线可表示为

$$y\left(\frac{1}{2}, t\right)_{t=\frac{\tau L}{v}} = \phi_1\left(\frac{1}{2}\right) q_1(t) \quad (59)$$

所得的曲线如图 5, 从图中可以看出, 接触线跨中挠度在平衡位置上来回摆动, 也就是说接触线跨中处一直在平衡点附近振动。由于接触线的振幅比较小时, 这样可以减小弓网离线率的。

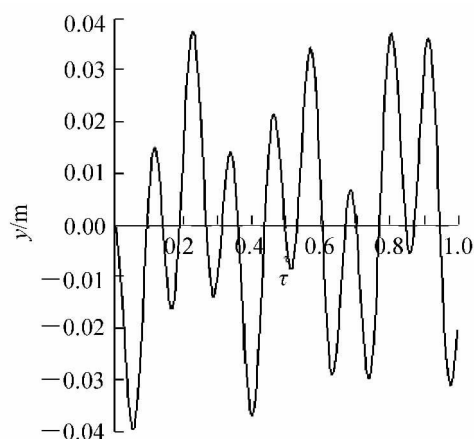


图 5 接触线跨中动力响应

接触网的边界对接触线受移动荷载作用时的动力响应有很大的影响, 因此在研究过程中要处理好接触网的边界条件。对于接触网弹性系数的傅里叶展开式中, 若取第一项, 则其振动方程可化为一个常系数微分方程, 其解也很容易得出。若至少取前两项, 通过适当的变换可以得到一个二阶变系数微分方程, 其解通过 WKB 法可以得出。对于接触网的动力响应, 其跨中的最大挠度值与列车的速度相关, 当列车的速度与接触线的波动速度相近时, 则会发生共振现象, 弓网之间将会发生脱离, 严重影响了列车的稳定受流。合理的处理受电弓速度与接触线波动速度的关系, 能减少弓网之间的离线率, 保证列车的最佳受流效果。而接触线的波动速度 $c = \sqrt{T/m}$, 也就是说要想保证列车稳定受流, 可以通过改变接触线的张力或接触线的单位质量。

参 考 文 献

- [1] PETER R. SCOTT, MAURICE ROTHMAN. Computer evaluation of overhead equipment for electric railroad traction[J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2004, 10: 1523-1527.
- [2] 李丰良, 栗谦, 孙焰. 接触网力学模型及运动微分方程[J]. 长沙铁道学院学报, 1996, 14(2): 90-93.
- [3] GUKOW, KIESSLING PUSCHMANN, SCHMIEDER, et al. Fahrleitungen elektrischer Bahnen[M]. [S. l.]: B. G. Teubner Stuttgart, 1997.
- [4] WU T X, BRENNAN M J. Dynamic stiffness of a railway overhead wire system and its effect on pantograph-catenary system dynamics[J]. Journal of Sound and Vibration, 1999, 219(3): 483-502.
- [5] ANGELINES ALBERTO, JESUS BENET, ENRIQUE ARIAS, et al. A high performance tool for the simulation of the dynamic pantograph-catenary interaction[J]. Mathematics and Computers in Simulation, 2008, 79: 652-667.
- [6] ARNOLD M, SIMEON B. Pantograph and catenary dynamics: a benchmark problem and its numerical solution[J]. Applied Numerical Mathematics, 2000, 34(4): 345-362.
- [7] TONG JIN PARK, CHANG SOO HAN, JIN HEE JANG. Dynamic sensitivity analysis for the pantograph of a high-speed[J]. Journal of Sound and Vibration, 2003, 266: 235-260.
- [8] 郭京波. 高速机车受电弓稳定受流与控制研究[D]. 北京: 北京交通大学机械与电子工程学院, 2006.
- [9] 于万聚. 高速电气化铁路接触网[M]. 成都: 西南交通大学出版社, 2003: 224-233.
- [10] GUO SHUQI, YANG SHAOPU. Free longitudinal vibrations of non-uniform rods[J]. Science China Technological Sciences, 2011, 54(10): 2735-2745.

(下转第 86 页)

参 考 文 献

- [1] 徐瑞华, 李侠, 陈菁菁. 市域快速轨道交通线路列车运行交路研究[J]. 城市轨道交通研究, 2006(5): 36-39.
- [2] 徐新玉. 城市轨道交通行车组织交路形式分析[J]. 铁道运输与经济, 2010, 32(9): 55-58.
- [3] 李俊芳, 王柄达. 城市轨道交通典型交路形式分析[J]. 铁道运输与经济, 2009, 31(10): 54-48.
- [4] 李春雨. 轨道交通市域线运输组织优化研究[D]. 成都: 西南交通大学交通运输学院, 2009.
- [5] 徐林. 新线引入条件下城市轨道交通运力资源配置研究[D]. 北京: 北京交通大学交通运输学院, 2012.
- [6] CHANG Y H, YE H C H, SHEN C C. A multi-objective model for passenger train services planning application to Taiwan's High-speed Rail Line[J]. Transportation Research Part B, 2000, 34(2): 91-106.
- [7] CADARSO L, MARIN A. Integration of timetable planning and rolling stock in rapid transit networks[J]. Ann Oper Res, 2011, 119(1): 113-135.
- [8] 黄友锐. 智能优化算法及其应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2008.

Optimization of Train Working Plan for City Line Based on Immune Clone Algorithm

Chen Shengbo, He Shiwei, He Bisheng

(School of Traffic and Transportation, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: To illustrate the problem of multi-routing train service planning of city line, the multi-objective programming model for making the train working plan of the metro line is set up considering the turning capacity of station, the number of train sets and the passengers' tolerant waiting time. The model's objectives minimize the train operation cost and pursue the best fully-loaded ratio. Then a specific solving solution and procedure of adaptive immune clone algorithm is given which proves the effectiveness of the algorithm combined with a numeric example.

Key words: urban rail transit; city line; multi-routing; multi-objective; immune clone algorithm

(责任编辑 刘宪福)

~~~~~  
(上接第 81 页)

## Dynamic Response of High-speed Railway Catenary

Feng Zijin, Guo Shuqi, Ma Baoping

(Department of Engineering Mechanics, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China)

**Abstract:** In this paper, the dynamic response of the railway catenary with the action of the moving load is investigated. The motion equation is established using a partial differential equation based on the contact model. Due to the variational stiffness of the catenary system, in the terms of the proposed transformation, the motion equation is a second order differential equation with variable coefficients. Solving the equation with WKB method, one could obtain the mode function and frequency equation with the two special boundary conditions. At last, using the mode superposition method, the partial differential equation is solved. Then, the effect of parameters is discussed.

**Key words:** stiffness; boundary conditions; frequency equation; dynamic response (责任编辑 车轩玉)