

间隙非线性齿轮系统混沌运动的自适应脉冲控制

冯长先¹, 单小磊¹, 王志谦²

(1. 兰州交通大学 机电工程学院, 甘肃 兰州 730070; 2. 兰州交通大学 数理与软件工程学院, 甘肃 兰州 730070)

摘要:将自适应脉冲控制法应用到一类单级间隙非线性齿轮系统,在控制参量中加入自适应控制方法,通过调节自适应控制器产生的脉冲强度将系统的混沌运动镇定到不同的周期轨道。数值模拟结果表明了该方法的有效性和较强的鲁棒性。

关键词:自适应;脉冲控制;齿轮系统;混沌;鲁棒性

中图分类号: O322 **文献标识码:** A **文章编号:** 2095-0373(2012)03-0092-06

齿轮高速转动时,由于齿侧间隙、时变啮合刚度、内外部激励以及安装误差等因素的存在,使轮齿间产生啮合、脱和、再啮合重复冲击的强非线性振动,并在一定的参数条件下产生混沌运动,对齿轮系统的动态特性有着不良影响^[1]。改善齿轮系统的动态特性的有效方法之一是抑制混沌运动,使系统运动回到周期的有序状态。目前混沌控制已成为学者研究的一个热点^[2-7]。文献[2]~文献[4]分别将弹簧刚度反馈法、时滞控制法和耦合反馈控制法应用到一类单自由度振动碰撞系统,完成了将系统的混沌运动抑制到周期轨道的控制目标。文献[5]分析了一类两自由度碰撞振动系统,通过调节外加正弦驱动力,将系统混沌运动稳定到周期轨道。文献[6]运用 OGY 控制原理,以混沌吸引子内部不稳定周期轨道为控制目标,通过对系统外部激励参数连续施加小扰动信号,实现了系统混沌运动的稳定化,由于该方法需要精确的计算出不动点的位置以及目标周期轨道在 Poincaré 截面上的穿越点,故很难应用于高维非线性系统。

因此,在文献[7]自适应脉冲微扰法的基础上,提出了根据系统运动与自适应速度 k 的变化规律图,有目的的选取 k 值,从而将系统的混沌运动控制到不同的周期轨道。将该方法运用到间隙非线性齿轮系统,并且对加入高斯白噪声后的系统进行了控制,数值模拟结果表明该方法设计的控制器结构简单、反应灵敏、具有较强的鲁棒性。

1 力学模型及其动力学方程分析

图1中 T_1, T_2 分别表示系统的输入转矩和负载转矩; θ_1, θ_2 分别表示主动轮和从动轮的扭转角位移; I_1, I_2 分别为主动轮和从动轮的转动惯量; r_{b1}, r_{b2} 分别为主、从动轮的基圆半径; c 为轮齿啮合的阻尼系数; 2δ 为沿啮合线上的齿侧间隙; $e(\tau)$ 为沿齿轮基圆切向度量的综合误差, $e(\tau) = e_a \cos(\omega t + \phi_c)$, e_a 为误差激励幅值, ϕ_c 为误差初相位角。

考虑时变啮合刚度得到该模型量纲一化后的微分方程

$$\begin{cases} \ddot{x}(t) + 2\zeta\dot{x}(t) + (1 - k_0 \cos \Omega t)f(\dot{x}(t)) = F(t) \\ F(t) = F_m + F_{ah}\Omega^2 \cos \Omega t \end{cases} \quad (1)$$

将其化为状态空间的微分方程组如下

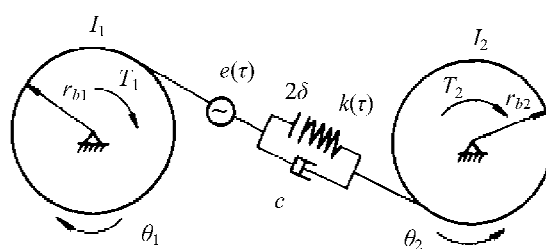


图1 单级齿轮系统间隙非线性动力学模型

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -2\zeta x_2 - (1 - k_0 \cos \Omega t f(x_1)) + F_m + F_{ah} \cos \Omega t \end{cases} \quad (2)$$

其中

$$f(x_1) = \begin{cases} x_1 - \delta & x > \delta \\ 0 & -\delta \leq x \leq \delta \\ x_1 + \delta & x < -\delta \end{cases} \quad (3)$$

式中, x 为量纲一化位移; ζ 为量纲一化阻尼; k_0 为量纲一化时变啮合刚度幅值; F_m 为量纲一化内部平均载荷; F_{ah} 为量纲一化外部平均载荷; Ω 为量纲一化激励频率。

2 脉冲自适应控制

设 n 维非线性系统为

$$\dot{x} = f(x, a) \quad (4)$$

式中, $x = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ 为系统变量; f 为关于 x 的非线性函数; $a = (a_1, a_2, \dots, a_m)$ 为系统参变量。采用系统参变量脉冲控制混沌系统时, 其控制算法可概述如下:

选择系统某一参变量 a_λ ($1 \leq \lambda \leq m$) 作为微扰脉冲对象。从 t_0 时刻开始, 每隔 Δt 时刻将 a' 加入到系统中, a' 正比于参变量 a_λ 的形式为

$$a' = \begin{cases} a_\lambda(1+r) & t = t_0 + h\Delta t \\ a_\lambda & t \neq t_0 + h\Delta t \end{cases} \quad (5)$$

式中, $h = 0, 1, 2, \dots$, 式中具有两个可控参量: 脉冲作用时间间隔 Δt 和脉冲强度 r 。当 Δt 和 r 取得适当值时, 就可以把混沌运动镇定到周期轨道或不动点。其中, 脉冲强度 r 的选择是实现控制的主要环节。

为此, 设计自适应控制器 $\dot{r} = kx_i^j$ ($i \in [1, n], j = 0, 1, 2, \dots$) 来选取适当的脉冲强度 r 。系统参变量 x_i 为自适应控制器的输入变量, x_i 可以是 x 的任意分量, k 为自适应速度。自适应控制器的表达式最终可表示为

$$r = kx_i^{j+1}/(j+1) + E \quad (6)$$

式中, E 可为任意常数, $j+1$ 为自适应控制器的阶, j 在理论上可为无限大, 但在实际应用时为了实施方便, 既不失一般性, 又避免选择的参数过多, 可取 $E = 0$, 且 j 为低阶。

3 数值模拟

取参数齿宽 $b = 25$ mm, 间隙 $\delta = 0.01$ mm, 齿数 $z_1 = 25, z_2 = 25$, 模数 $m = 3$ mm。计算参数 $k = 0.1$, $\Omega = 1.0$, $F_m = 0.1$, $F_{ah} = 0.2$, 初值矢量为 $(0, 0)^{[8]}$ 。

系统随阻尼比 ζ 从 0.05 至 0.09 变化的分岔图和最大 lyapunov 指数图如图 2 和图 3 所示。

当 $\zeta = 0.055$ 时, 最大 lyapunov 指数 $\lambda_{\max} = 0.0353$, 在此参数条件下系统为混动运动状态, 图 4、图 5 分别为 x_1 的相图和时间历程图。

选取系统(2)式中的 ζ 作为微扰对象, 以 x_2 作为控制器的输入变量。则自适应控制器的形式为: $\dot{r} = kx_2^3/3$ ($j = 2, E = 0$)。从 t_0 时刻开始, 在 $t_0 + h\Delta t$ 时刻系统方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -2\zeta(1 + kx_2^3/3)x_2 - (1 - k_0 \cos \Omega t f(x_1)) + F_m + F_{ah} \cos \Omega t \end{cases} \quad (7)$$

其余时间仍为(2)式。

在使用自适应脉冲控制方法对混沌运动进行控制时, 控制的另一个关键环节是如何选择自适应速度 k , 不同的 k 将得到不同的周期轨道控制目标。但若随意选取 k 后, 其控制后的目标信息无法预测, 更有可能无法达到控制的目的。因此, 为了确切的对目标进行控制, 避免对 k 值的毫无目的的试探, 通过对受控系统在 Poincaré 截面上的信息来确定控制后的目标结果。图 6 是通过 Poincaré 截面法获得的受控系统在 $\zeta = 0.055$, 其它数据同上的变化规律图。

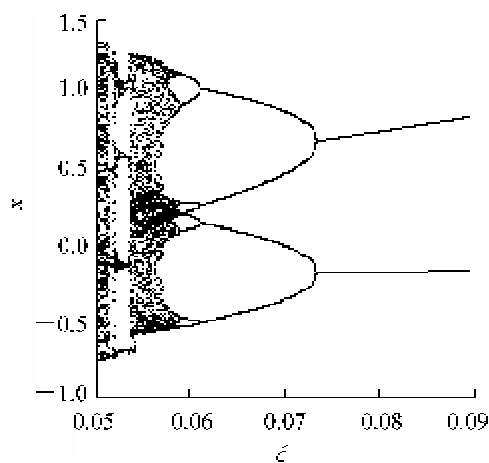
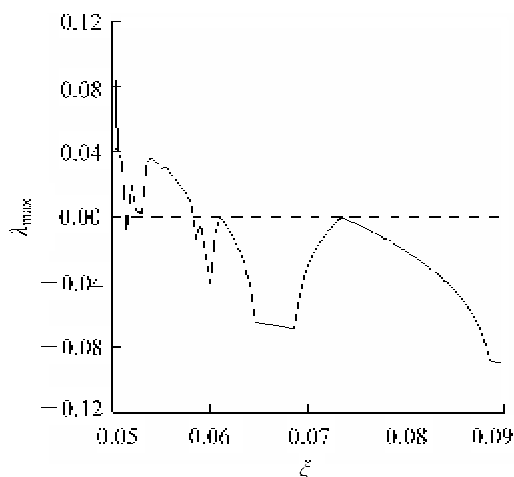
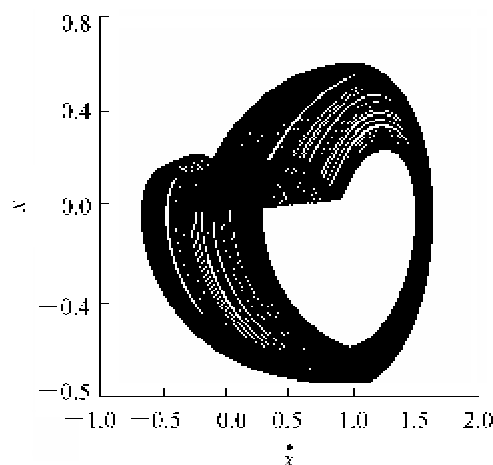
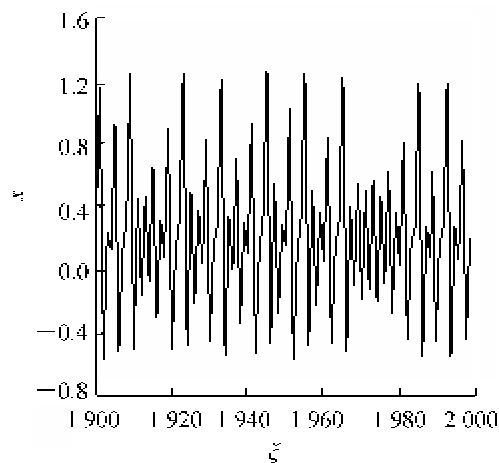
图2 系统随阻尼比 ζ 的分岔图

图3 最大 lyapunov 指数图

图4 $\zeta=0.055$ 相图图5 $\zeta=0.055$ 时间历程图

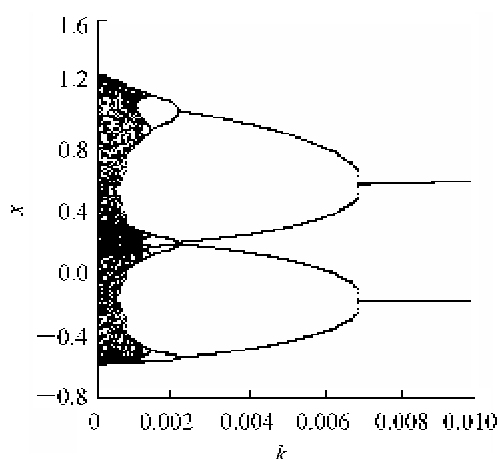
采用四阶 Runge-kutta 法求解,步长 0.01,开始控制时间 $n = 3\,000$,为检验控制的稳定性,共积分 5 000 步,图 7 为 $k = 2$ 的数值仿真结果,图中数据从 1 000 步开始截取。

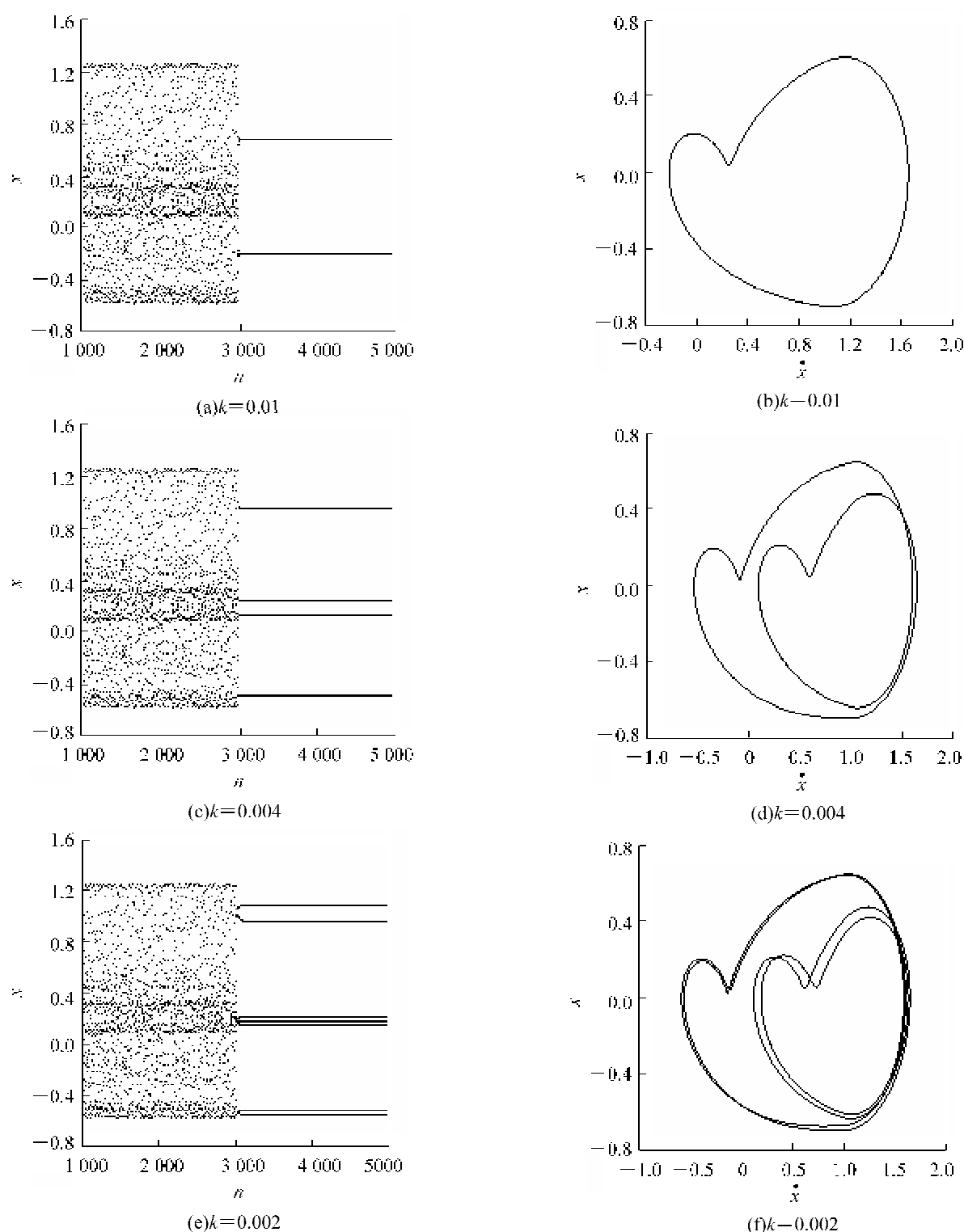
通过对图 6 的分析,可以很方便的选取 k 值来获得目标轨道的周期数,由控制效果图和相图可以看出系统的混沌运动迅速的转化为稳定的周期运动。图 7 中(a)(b),(c)(d),(e)(f)分别将混沌运动镇定到周期二轨道、周期四轨道和周期八轨道的控制效果图和相图。经过试验还发现改变 j 仍可以获得不同的周期轨道,而且当 j 逐渐增大,其他参数不变时,在一定程度上可以加快混沌运动稳定到不动点或周期轨道的速度。

对于实际系统还应考虑安装误差,齿形误差,及其它外界影响,假设系统(2)的变量 x_2 受到幅值为 σ 的正态分布的高斯白噪声,即

$$x_2 = (1 + \sigma N(0,1))x_2 \quad (8)$$

式中, N 为标准正态分布的高斯白噪声序列,其均值为 0,方差为 1。取 $\sigma = 0.01$, $k = 0.01$,系统在 $n = 3\,000$ 时进行控制,图中数据从 $n = 1\,000$ 开始截取,仿真结果如图 8 所示。

图6 系统随自适应速度 k 的变化规律图

图7 选取不同的 k 值将混沌运动控制到不同的周期轨道

将图 8(a)(b) 和图 7(a)(b) 比较可知, 在系统受到噪声干扰与未受干扰时的控制效果基本一致, 这说明使用该方法控制混沌时能够有效抑制噪声干扰, 具有一定的鲁棒性。

另分别选取系统(2)式中的 p_m 和 p_{ah} 作为微扰对象, 仍以 x_2 作为控制器的输入变量, 其控制效果图为图 9。

图 9(a) 中, $k = -0.1, \sigma = 0.01$, 共叠代 9 000 步, 数值从第 1 000 步开始截取, 从第 3 000 步开始加入控制, 5 000 ~ 7 000 为控制关闭, 第 7 000 步开始实施控制并加入高斯白噪声; 图 9(b) 中, $k = -0.07$,

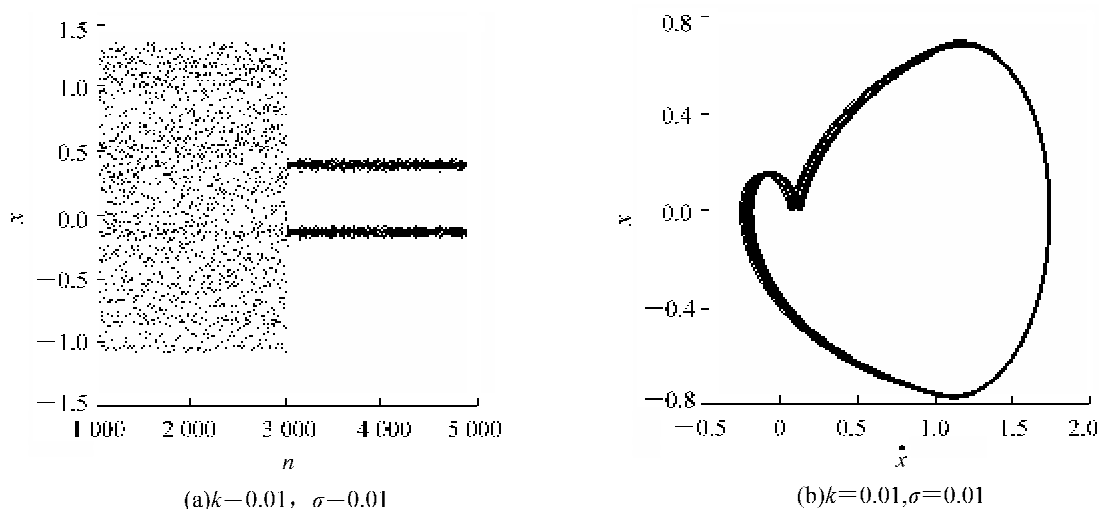


图 8 加入噪声背景后的控制效果图和相图

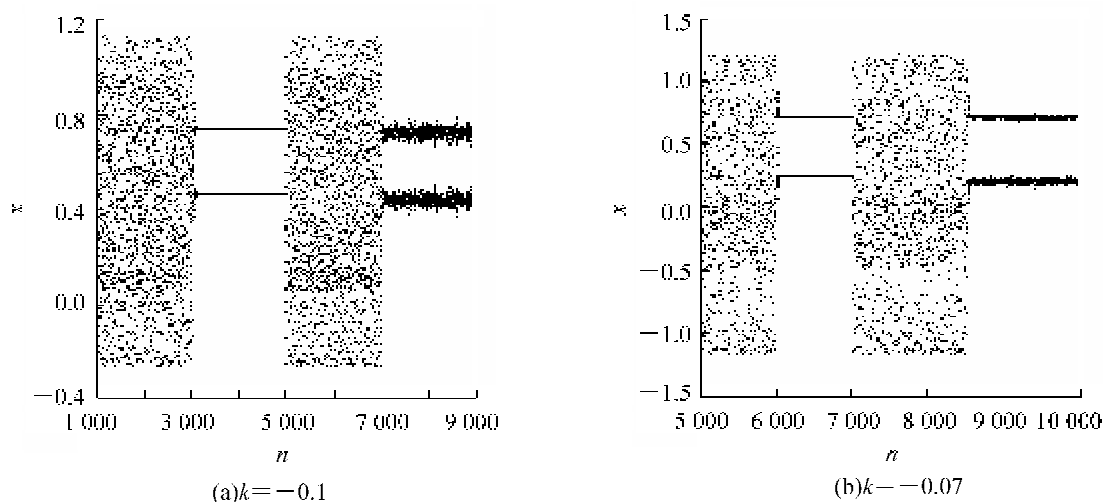


图 9 控制效果图

$\sigma = 0.01$, 共叠代 10 000 步, 数值从第 5 000 步开始截取, 从第 6 000 步开始加入控制, 6 000 ~ 7 000 为控制关闭, 第 8 500 步加入高斯白噪声并重新实施控制。从图中可以看出以 p_m 和 p_{ch} 作为微扰对象, 选取不同的 k 值时, 仍可以将系统的混沌运动镇定到周期轨道, 并在加入噪声背景后具有较好的控制效果。

4 结论

基于间隙齿轮系统非线性动力学模型, 采用自适应脉冲控制法, 成功的将其混沌运动稳定到周期轨道, 对实际的齿轮传动设计有一定的理论指导意义。该控制方法的主要原理是每隔 Δt 对控制参量施加一次脉冲信号, 数值模拟表明了该方法的有效性和较好的鲁棒性, 而且该方法还具有如下优点:

(1) 该方法不必预先求出系统的不动点和周期轨道的详细信息, 也不必等到系统运行到控制目标附近时才施加控制, 增加了可操控性。

(2) 该方法可以根据系统运动随自适应速度 k 的变化规律, 来选择预期的控制目标轨道, 克服了只能用试错法来不断调整控制参量的缺陷。

(3) 可以通过改变控制器的参数来适当的改变控制响应的速度, 适用于实时在线递推处理, 从而在工程中有一定的应用价值。

参 考 文 献

- [1]李润方,王建军. 齿轮系统动力学——振动、冲击、噪声[M]. 北京: 科学出版社, 1997.
- [2]Silvio, Ibere, Ricardo . Damping control law for a chaotic impact oscillator[J]. Chaos, Solition and Fractals, 2007, 32: 745-750.
- [3]Edward Ott, Celso Grebogi, James A. Yorke controlling chaos[J]. Physical Review Letters, 1990, 64(11): 1196-1199.
- [4]苟向峰, 罗冠炜, 吕小红. 含双侧约束碰撞振动系统的混沌控制[J]. 机械科学与技术, 2011, 30(8): 1262-1266.
- [5]王艳, 张晓娟, 王帅. 两自由度碰撞振动系统的混沌运动及控制[J]. 石家庄铁道学院学报, 2008, 21(4): 63-66.
- [6]陈学森, 董海军, 刘晓宁. 含时变啮合刚度的间隙非线性齿轮系统的混沌控制[J]. 机械科学与技术, 2006, 25(9): 1035-1037.
- [7]龚礼华. 基于自适应脉冲微扰实现混沌控制的研究[J]. 物理学报, 2005, 54(8): 3502-3506.
- [8]郝志英, 沈允文, 董海军. 齿轮系统倍周期分岔和混沌层次结构的研究[J]. 机械工程学报, 2005, 41(4): 44-48.

Adaptive Pulse Control of the Chaotic Motion of Nonlinear Gear System with Clearance

Feng Changxian¹, Shan Xiaolei¹, Wang Zhiqian²

(1. School of Mechatronic Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China;

2. School of Mathematics, Physics and Software Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

Abstract: Adaptive pulse perturbation method is applied to nonlinear dynamic model of single freedom gear system with clearance. Chaotic system can be suppressed to different periodic orbits by adjusting the pulse intensity generated by the adaptive controller. The numerical result shows the method is effective even for high levels of noisy perturbation.

Key words: adaptive; pulse perturbation method; gear system; chaos; robustness (责任编辑 车轩玉)

(上接第 86 页)

- [3]郝利生. 玻璃纤维土工格栅在高速公路路面工程中的应用[J]. 内蒙古公路与运输, 2005(4): 36-37.
- [4]苏凯, 孙立军, 石鸿. 河北京津高速公路路面病害治理及单面工程浅析[J]. 石家庄铁道学院学报, 2007, 20(1): 1-5.
- [5]肖永亮. 玻纤格栅提高沥青路面技术性能的研究[D]. 北京: 北京建筑工程学院环境与能源工程学院, 2008.
- [6]孙蔚. 国产玻纤格栅加筋沥青路面抗车辙性能研究[D]. 南京: 东南大学交通学院, 1999.
- [7]杨广庆, 隋传毅. 土工格栅与土体界面摩擦特性试验研究[J]. 石家庄铁道大学学报: 自然科学版, 2010, 23(2): 46-52.

Comparative Durability Analysis of Asphalt Concrete Pavement Reinforced with Two Geosynthetics

He Yonghai

(Hebei Provincial Communications Planning and Design Institute, Shijiazhuang 050001, China)

Abstract: The asphalt concrete pavement structure reinforced with synthetics can improve the fatigue life, reflective crack resistance and high temperature rut resisting ability. This technique has become an effective way for improvements of road performance of the asphalt pavement. The laboratory test of low temperature resistance, the high temperature stability and anti-fatigue performance are done with the ordinary asphalt concrete pavement structure, reinforced with glass fiber geogrid or polyester glass fiber cloth glass. The test results show that polyester glass fiber cloth reinforcing structure has good low temperature crack resistance energy, while glass fiber reinforcement grid structure has good high temperature stability.

Key words: glass fiber geogrid; polyester glass fiber cloth; reinforced pavement; durability

(责任编辑 刘宪福)