第23卷 第3期 石家庄铁道大学学报(自然科学版) Vol. 23 No.3
2010年9月 JOURNAL OF SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY (NATURAL SCIENCE) Sep. 2010

共因失效修理工多重休假的两相同部件串联系统的可靠性分析

程 江

(西南民族大学 计算机科学与技术学院,四川 成都 610041)

摘要:研究了共因失效修理工多重休假的两相同部件串联系统的可靠性,在假定部件的失效分布服从指数分布,修理工修理时间和休假时间均服从一般连续型分布的条件下,利用补充变量法,得到了该系统的瞬时可用度和稳态可用度、系统的可靠度、系统的瞬时和稳态故障频度等重要可靠性指标。

关键词:共因失效;休假;可用度;可靠度;串联系统;故障频度

中图分类号:O213.2 **文献标识码:**A **文章编号:**2095-0373(2010)03-0101-05

0 引言

串联系统是可靠性系统研究中比较成熟的模型之一,很多作者研究过该模型,如文献[1]~文献[4]。然而,早期可靠性的研究均假定部件的失效是相互独立的,而之后根据工业界长期的经验积累,发现一个部件的失效会对其余工作的部件产生失效冲击,从而有可能导致其它部件也同时失效,这种现象叫共因失效(Common cause failure)。共因失效对系统总体失效的贡献比只考虑部件独立失效对系统总体失效的贡献要大的多。因此,考虑系统可靠性时同时考虑共因失效具有重要意义。文献[1]讨论过两相依部件的可靠性,实质就是共因失效。文献[5]详细的讨论了各种共因失效模型,然而以前的文献主要基于部件的寿命和修理时间是指数分布的简单模型。本文进一步讨论共因失效的两部件串联系统,在假定修理工空闲时可以多次休假,其休假时间服从一般连续型分布;部件失效后的修理时间也服从一般连续型分布的条件下,利用补充变量法得到了该系统的瞬时可用度和稳态可用度、系统的可靠度,系统的瞬时和稳态故障频度。

1 模型描述及假设

考虑的系统模型描述如下:

(1)系统由两个相同部件串联而成,修理工空闲时就去休假;

(2)开始两部件是新的,系统只有一个修理工,修理工休假结束,若有部件失效就立即修理失效部件,如果休假结束没有部件故障就又去进行一次休假,按先失效先修理的规则进行修理,部件修复如新。

进一步假设:

两个部件的寿命 X 服从相同的负指数分布,每个部件独立失效率为 λ_1;一个部件的失效对另一个部件产生冲击,从而有可能导致另一部件同时失效,假定共因失效率为 λ_2;如果两部件同时失效,修理工可以任取一部件修理;部件独立失效的修理时间 Y_1 为一般连续型分布 $G_1(t)=1-e^{-\int_0^t \mu_1(x)dx}$,平均修理时间为 $1/\mu_1,\mu_1>0$。共因失效的修理时间 Y_2 为一般连续型分布 $G_2(t)=1-e^{-\int_0^t \mu_2(x)dx}$,平均修理时间为 $1/\mu_2$,$\mu_2>0$;修理工的休假时间 V 为一般连续型分布 $V(t)=1-e^{-\int_0^t \gamma(x)dx}$,且平均休假时间为 $1/r,r>0,X,Y_1$,

收稿日期:2010-01-09

作者简介:程江 男 1970年出生 讲师

基金项目:西南民族大学校青年项目基金(09NQN003)

Y_2, V 相互独立。

2 模型分析

令 $S(t)$ 表示系统在时刻 t 所处的状态,则系统在 t 时刻可能处于如下状态:

$S(t) = 1$:两部件均正常运行,修理工在休假;$S(t) = 2$:部件1失效,修理工在休假;

$S(t) = 3$:部件2失效,修理工在休假;$S(t) = 4$:部件1在修理,另一部件正常待用;

$S(t) = 5$:部件2在修理,另一部件正常待用;$S(t) = 6$:部件1部件2同时故障,修理工在休假;$S(t) = 7$:部件1部件2同时故障,修理工分别进行修理,修好后两部件重新投入使用;则 $S(t)$ 是一取值于状态空间 $J = \{1,2,3,4,5,6,7\}$ 的随机过程,由假设可知它不是Markov过程。

引进补充变量:

$S(t) = 1,2,3,6$,令 $\bar{V}(t)$ 表示在时刻 t 修理工度过的休假时间,$0 \leqslant \bar{V}(t) < \infty$;

$S(t) = 4,5$,令 $\tilde{Y}_1(t)$ 表示在时刻 t 独立失效部件已修理过的时间,$0 \leqslant \tilde{Y}_1(t) < \infty$;

$S(t) = 7$,令 $\tilde{Y}_2(t)$ 表示在时刻 t 共因失效已修理过的时间,$0 \leqslant \tilde{Y}_2(t) < \infty$。

于是,$\{S(t), \tilde{Y}_1(t), \tilde{Y}_2(t), \bar{V}(t)\}$ 在 $\tilde{J} = \{(1,x),(2,x),(3,x),(4,y),(5,y),(6,x),(7,y) \mid 0 \leqslant x,y < \infty\}$ 上是Markov过程。状态概率定义如下:$P_i(t;x)\mathrm{d}x = P\{S(t) = i, x \leqslant \bar{V}(t) < x + \mathrm{d}x\}, i = 1,2,3,6$;$P_j(t;y)\mathrm{d}y = P\{S(t) = j, y \leqslant \tilde{Y}_1(t) < y + \mathrm{d}y\}, j = 4,5$;$P_7(t;y)\mathrm{d}y = P\{S(t) = 7, y \leqslant \tilde{Y}_2(t) < y + \mathrm{d}y\}$。

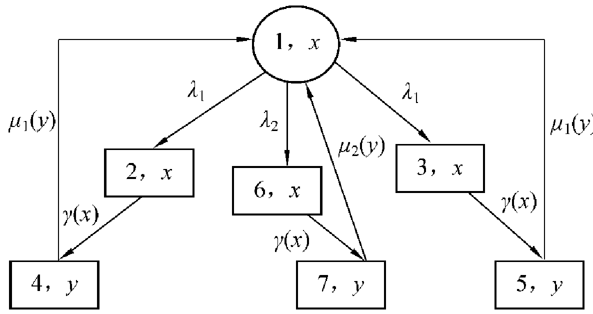

图1 系统状态转移图

系统状态转移图如图1。

通过系统分析得到系统偏微积分方程组:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} + 2\lambda_1 + \lambda_2 + \gamma(x)\right]P_1(t,x) = 0 \tag{1}$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} + \gamma(x)\right]P_2(t,x) = \lambda_1 P_1(t,x) \tag{2}$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} + \gamma(x)\right]P_3(t,x) = \lambda_1 P_1(t,x) \tag{3}$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} + \mu_1(y)\right]P_4(t,y) = 0 \tag{4}$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} + \mu_1(y)\right]P_5(t,y) = 0 \tag{5}$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} + \gamma(x)\right]P_6(t,x) = \lambda_2 P_1(t,x) \tag{6}$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} + \mu_2(y)\right]P_7(t,y) = 0 \tag{7}$$

边界条件:

$$P_1(t,0) = \int_0^\infty \mu_1(y)P_4(t,y)\mathrm{d}y + \int_0^\infty \mu_1(y)P_5(t,y)\mathrm{d}y + \int_0^\infty \mu_2(y)P_7(t,y)\mathrm{d}y + \int_0^\infty \gamma(x)P_1(t,x)\mathrm{d}x + \delta(t) \tag{8}$$

$$P_2(t,0) = P_3(t,0) = P_6(t,0) = 0 \tag{9}$$

$$P_4(t,0) = \int_0^\infty \gamma(x)P_2(t,x)\mathrm{d}x \tag{10}$$

$$P_5(t,0) = \int_0^\infty \gamma(x)P_3(t,x)\mathrm{d}x \tag{11}$$

$$P_7(t,0) = \int_0^\infty \gamma(x) P_6(t,x) \mathrm{d}x \tag{12}$$

初始条件:$P_1(0,x) = \delta(x)$,其余为0。

3　状态方程组求解

设 $P_i^*(s,x) = Q_i^*(s,x)\bar{V}(x), i = 1,2,3,6; P_j^*(s,y) = Q_j^*(s,y)\bar{G}_1(y), j = 4,5; P_7^*(s,y) = Q_7^*(s,y)\bar{G}_2(y)$;分别代入式(1) ~ 式(7) 的拉普拉斯变换之中。

由式(1) 有 $\frac{\partial Q_1^*(s,x)}{\partial x} + (s + 2\lambda_1 + \lambda_2)Q_1^*(s,x) = 0$。该方程的通解为 $Q_1^*(s,x) = c_1(s)\mathrm{e}^{-(s+2\lambda_1+\lambda_2)x}$。

由式(2) 有 $\frac{\partial Q_2^*(s,x)}{\partial x} + sQ_2^*(s,x) = c_1(s)\lambda_1 e^{-(s+2\lambda_1+\lambda_2)x}$。该方程的通解为 $Q_2^*(s,x) = c_2(s)\mathrm{e}^{-sx} - \frac{\lambda_1}{2\lambda_1 + \lambda_2}c_1(s)\mathrm{e}^{-(s+2\lambda_1+\lambda_2)x}$。

同理,$Q_3^*(s,x) = c_3(s)\mathrm{e}^{-sx}\frac{\lambda_1}{2\lambda_1 + \lambda_2}c_1(s)\mathrm{e}^{-(s+2\lambda_1+\lambda_2)x}, Q_4^*(s,y) = c_4(s)e^{-sy}, Q_5^*(s,y) = c_5(s)\mathrm{e}^{-sy}; Q_6^*(s,x) = c_6(s)\mathrm{e}^{-sx} - \frac{\lambda_2}{2\lambda_1 + \lambda_2}\mathrm{e}^{-(s+2\lambda_1+\lambda_2)x}c_1(s), Q_7^*(s,y) = c_7(s)\mathrm{e}^{-sy}$。

由式(8) ~ 式(12) 通过简单运算有

$$c_1(s) = c_4(s)g_1(s) + c_5(s)g_1(s) + c_7(s)g_2(s) + c_1(s)v(s + 2\lambda_1 + \lambda_2) + 1 \tag{13}$$

式中,$c_4(s) = c_2(s)v(s) - \frac{\lambda_1}{2\lambda_1 + \lambda_2}c_1(s)v(s + 2\lambda_1 + \lambda_2); c_5(s) = c_3(s)v(s) - \frac{\lambda_1}{2\lambda_1 + \lambda_2}c_1(s)v(s + 2\lambda_1 + \lambda_2); c_7(s) = c_6(s)v(s) - \frac{\lambda_2}{2\lambda_1 + \lambda_2}c_1(s)v(s + 2\lambda_1 + \lambda_2), c_2(s) = \frac{\lambda_1}{2\lambda_1 + \lambda_2}c_1(s), c_3(s) = \frac{\lambda_1}{2\lambda_1 + \lambda_2}c_1(s), c_6(s) = \frac{\lambda_2}{2\lambda_1 + \lambda_2}c_1(s)$。

令 $a(s) = v(s) - v(s + 2\lambda_1 + \lambda_2)$,则

$c_4(s) = c_2(s)a(s) = \frac{\lambda_1}{2\lambda_1 + \lambda_2}a(s)c_1(s); c_5(s) = c_3(s)a(s) = \frac{\lambda_1}{2\lambda_1 + \lambda_2}a(s)c_1(s); c_7(s) = c_6(s)a(s) = \frac{\lambda_2}{2\lambda_1 + \lambda_2}a(s)c_1(s)$。

由式(13) 有

$$c_1(s) = \frac{2\lambda_1 + \lambda_2}{2\lambda_1 + \lambda_2 - [(2\lambda_1 g_1(s) + \lambda_2 g_2(s))a(s) + (2\lambda_1 + \lambda_2)v(s + 2\lambda_1 + \lambda_2)]} \tag{14}$$

于是

$$P_1^*(s,x) = \mathrm{e}^{-(s+2\lambda_1+\lambda_2)x}\bar{V}(x)c_1(s) \tag{15}$$

$$P_2^*(s,x) = \frac{\lambda_1}{2\lambda_1 + \lambda_2}[\mathrm{e}^{-sx} - \mathrm{e}^{-(s+2\lambda_1+\lambda_2)x}]\bar{V}(x)c_1(s) \tag{16}$$

$$P_3^*(s,x) = \frac{\lambda_1}{2\lambda_1 + \lambda_2}[\mathrm{e}^{-sx} - \mathrm{e}^{-(s+2\lambda_1+\lambda_2)x}]\bar{V}(x)c_1(s) \tag{17}$$

$$P_4^*(s,y) = \frac{\lambda_1}{2\lambda_1 + \lambda_2}a(s)\mathrm{e}^{-sy}\bar{G}_1(y)c_1(s) \tag{18}$$

$$P_5^*(s,y) = \frac{\lambda_1}{2\lambda_1 + \lambda_2}a(s)\mathrm{e}^{-sy}\bar{G}_1(y)c_1(s) \tag{19}$$

$$P_6^*(s,x) = \frac{\lambda_2}{2\lambda_1 + \lambda_2}[\mathrm{e}^{-sx} - \mathrm{e}^{-(s+2\lambda_1+\lambda_2)x}]\bar{V}(x)c_1(s) \tag{20}$$

$$P_7^{\cdot}(s,y) = \frac{\lambda_2}{2\lambda_1+\lambda_2}a(s)\mathrm{e}^{-sy}\bar{G}_2(y)c_1(s) \tag{21}$$

4 系统的可靠性指标

4.1 系统的可用度

设瞬态可用度为 $A(t)$, $A^*(s) = \int_0^\infty \mathrm{e}^{-st}A(t)\mathrm{d}t$,则

定理 1 系统的瞬态可用度的拉普拉斯变换式为

$$A^{\cdot}(s) = \frac{(2\lambda_1+\lambda_2)[1-v(s+2\lambda_1+\lambda_2)]}{(s+2\lambda_1+\lambda_2)\{2\lambda_1+\lambda_2-[(2\lambda_1 g_1(s)+\lambda_2 g_2(s))a(s)+(2\lambda_1+\lambda_2)v(s+2\lambda_1+\lambda_2)]\}} \tag{22}$$

稳态可用度为

$$A = \frac{[1-v(2\lambda_1+\lambda_2)]\mu_1\mu_2 r}{(2\lambda_1\mu_2+\lambda_2\mu_1)[1-v(2\lambda_1+\lambda_2)]r+(2\lambda_1+\lambda_2)\mu_1\mu_2} \tag{23}$$

证明 类似文献[6]定理2的证明。

4.2 系统的可靠度

设系统的可靠度为 $R(t)$,

定理 2 系统的可靠度的拉普拉斯变换式为

$$R^{\cdot}(s) = \frac{1}{s+2\lambda_1+\lambda_2} \tag{24}$$

证明 类似文献[6]定理4的证明。

4.3 系统的瞬时和稳态故障频度

设 $w_f(t)$ 表示瞬时故障频度,由文献[7]可得:

定理 3 系统的瞬时故障频度的拉普拉斯变换式为

$$w_f^{\cdot}(s) = \frac{(2\lambda_1+\lambda_2)^2[1-v(s+2\lambda_1+\lambda_2)]}{(s+2\lambda_1+\lambda_2)\{2\lambda_1+\lambda_2-[(2\lambda_1 g_1(s)+\lambda_2 g_2(s))a(s)+(2\lambda_1+\lambda_2)v(s+2\lambda_1+\lambda_2)]\}} \tag{25}$$

稳态故障频度为

$$f = \frac{(2\lambda_1+\lambda_2)[1-v(2\lambda_1+\lambda_2)]\mu_1\mu_2 r}{(2\lambda_1\mu_2+\lambda_2\mu_1)[1-v(2\lambda_1+\lambda_2)]r+(2\lambda_1+\lambda_2)\mu_1\mu_2} \tag{26}$$

证明 由 $w_f(t) = (2\lambda_1+\lambda_2)\int_0^\infty P_1(t,x)\mathrm{d}x$ 两边取 L 变换可得(25)式。

由 $f = \lim\limits_{s\to 0^+} sw_f(s)$ 可得(26)式。

4.4 修理工处于休假状态的概率

设 $P_w(t)$ 表示时刻 t 修理工处于休假状态的概率,则有

定理 4 修理工处于休假状态的拉普拉斯变换式为

$$P_w^{\cdot}(s) = \frac{(2\lambda_1+\lambda_2)[1-v(s)]}{s\{2\lambda_1+\lambda_2-[(2\lambda_1 g_1(s)+\lambda_2 g_2(s))a(s)+(2\lambda_1+\lambda_2)v(s+2\lambda_1+\lambda_2)]\}} \tag{27}$$

稳态下修理工时刻处于休假状态的概率

$$P_w = \frac{(2\lambda_1+\lambda_2)\mu_1\mu_2 r}{(2\lambda_1\mu_2+\lambda_2\mu_1)[1-v(2\lambda_1+\lambda_2)]r+(2\lambda_1+\lambda_2)\mu_1\mu_2} \tag{28}$$

证明 根据系统的假定,修理工时刻处于休假状态的概率为 $P(t) = \int_0^\infty P_1(t,x)\mathrm{d}x + \int_0^\infty P_2(t,x)\mathrm{d}x + \int_0^\infty P_3(t,x)\mathrm{d}x + \int_0^\infty P_6(t,x)\mathrm{d}x$,取 L 变换可得(27) 式。由 $P_w = \lim\limits_{s\to 0^+} sP^{\cdot}(s)$ 可得(28)式。

4.5 由于修理工休假系统得不到修理的概率

设 $P_D(t)$ 表示修理工休假系统得不到修理的概率,则有

定理 5　修理工处于休假状态系统得不到修理的概率的拉普拉斯变换式为

$$P_D^{*}(s)=\frac{(2\lambda_1+\lambda_2)\{[1-v(s)](s+2\lambda_1+\lambda_2)-s[1-v(s+2\lambda_1+\lambda_2]\}}{s(s+2\lambda_1+\lambda_2)\{2\lambda_1+\lambda_2-[(2\lambda_1 g_1(s)+\lambda_2 g_2(s))a(s)+(2\lambda_1+\lambda_2)v(s+2\lambda_1+\lambda_2)]\}} \tag{29}$$

稳态下修理工休假系统得不到修理的概率

$$P_D=\frac{2(\lambda_1+\lambda_2)\mu_1\mu_2-[1-V(2\lambda_1+\lambda_2)]r\mu_1\mu_2}{(2\lambda_1\mu_2+\lambda_2\mu_1)[1-v(2\lambda_1+\lambda_2)]r+(2\lambda_1+\lambda_2)\mu_1\mu_2} \tag{30}$$

证明　根据系统的假定，修理工休假系统得不到修理的概率为 $P_D(t)=\int_0^{\infty}P_2(t,x)\mathrm{d}x+\int_0^{\infty}P_3(t,x)\mathrm{d}x+\int_0^{\infty}P_6(t,x)\mathrm{d}x$,取 L 变换可得(29)式,由 $P_w=\lim\limits_{x\to 0^+}sP^{*}(s)$ 可得(30)式。

参 考 文 献

[1]程侃,曹晋华.可靠性数学引论[M].北京:科学出版社,1986:213-218.

[2]徐厚宝,郭卫华,于景田,等.一类串联可修复系统的稳态解[J].应用数学学报,2006,29(1):46-52.

[3]史定华.两部件串联可修模型分析[J].自动化学报,1985,11(1):71-79.

[4]苏保河,林福永,何敏.两部件串联系统的可靠性和检测周期[J].系统工程,2006,20(6):77-81.

[5]金星,洪延姬,杜红梅.共因失效系统的可靠性分析方法[M].北京:国防工业出版社,2008:154-157.

[6]程江,唐应辉,骆川义,等.修理工带休假时间的三部件串-并联可修系统的可靠性[J].四川师范大学学报,2009,32(2):263-268.

[7]史定华.计算可修(0,t]中平均故障次数的新方法[J].应用数学学报,1985,8(1):101-110.

Reliability Analysis of Series System of Two Identical Units with Repairman Multiple Vocation and CCF

Cheng Jiang

(College of Computer Science and Technology, Southwest University for Nationalities, Chengdu 610041, China)

Abstract:This paper conducts the reliability analysis of series system of two identical units with repairman multiple vocation and CCF. Suppose that the life length of the two units has exponential distribution, and repairman's repair time and vocation time are subject to a general continuous distribution, by using the method of supplementary variable, the point-wise availability, the stead-state availability, the reliability and failure frequency of the system and other important reliability index are obtained.

Key words:common cause failure; vocation; availability; reliability; series system; failure frequency