

# 滑动摩擦系数的离散元数值模拟与分析

高秀坤<sup>1</sup>, 李兴照<sup>2</sup>

(1. 同济大学 土木工程学院, 上海 200092; 2. 河南工业大学 土木与建筑学院, 河南 郑州 450052)

**摘要:** 针对滑动摩擦的研究现状及存在的问题进行了简单叙述, 将离散元理论引入滑动摩擦研究, 应用基于该理论的三维颗粒流数值模拟软件(PFC3D)建立了滑动摩擦模型, 重点分析了接触压力、表面粗糙度和相对滑动速度等因素对滑动摩擦系数的影响, 模拟结果与经典摩擦理论结论进行了对比和讨论, 最后给出了进一步研究的一些建议。

**关键词:** 离散元; 摩擦系数; 滑动速度; 接触压力; 磨损

**中图分类号:** TH117   **文献标识码:** A   **文章编号:** 2095-0373(2010)03-0044-05

## 0 引言

滑动摩擦是接触界面之间在相对运动时发生的动态力学干涉现象, 摩擦学是发现和描述接触界面上力学平衡、相对运动及表面破坏的现象、机理和规律的一门学科<sup>[1]</sup>。摩擦学中滑动摩擦系数是一个极其重要的物理表征量, 在宏观上定义为摩擦力与摩擦界面法向荷载之比。已有的研究成果表明<sup>[2-3]</sup>, 摩擦系数的影响因素较多, 主要包括接触界面材料特性、法向荷载、相对滑动速度和表面形貌等。

近年来, 有限单元法已成为解决科学和工程问题的主要数值手段, 然而以网格为基础、建立在物质连续假设的基础上的有限元理论在分析滑动摩擦与磨损、高速冲击、裂纹动态扩展等涉及材料大变形时显得力不从心, 主要困难体现在单元网格的严重扭曲以及网格重构带来的计算成本代价太大<sup>[4]</sup>。将离散元理论应用到滑动摩擦系数的研究, 考虑了影响滑动摩擦系数的主要因素, 通过建立离散元数值模型探讨了滑动摩擦系数的变化规律, 同时验证了该方法在滑动摩擦模拟中的有效性。

## 1 颗粒流方法简介及模型建立

颗粒流方法(Particle Flow)是由 Cundall 和 Strack 于 1971 年提出的模拟球形颗粒运动与相互作用的一种不连续数值方法, 它将连续介质离散为独立的细观尺度的粒子即“元”, 元具有几何和物理两类基本特征, 目前常用的圆形盘(2D)和球形(3D)。颗粒流方法系统的运动由系统中各元的运动和变化来描述。元的物理性质有质量、比热、热膨胀、元之间的相互作用势以及相变阈值和化学活性等。通过改变元的材料代码, 可以在初始构形中产生夹杂、空洞等缺陷, 该模型具有独特的可以描述高缺陷、非均质、多相材料的力学行为的能力, 并具有细观分辨率。

### 1.1 接触模型与计算理论

颗粒流方法对材料的物理特性(应力、应变、模量等)是通过单元各个接触点处的微细观参数反映。基本单元是墙体和圆形或球形刚性颗粒, 通过定义单元连接模型(如图 1 所示)、接触模型(如图 2 所示)和允许在单元接触处产生微小变形, 运用力一位移定律来计算单元间的相互作用力。

假定元只与相邻的元之间发生力学作用, 即不计元之间的长程相互作用力, 则具有质量  $m^i$  和转动惯量  $J^i$  的元  $i$  的运动由下述经典定律所支配

$$m^{i\cdot} \ddot{r}^i = \sum_{j=1}^{n_i} F^{ij} + b^i, i = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

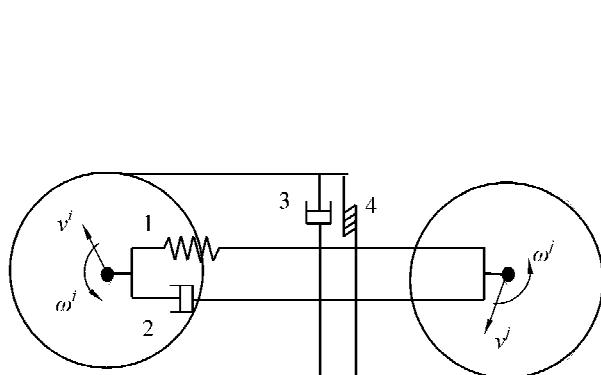


图1 邻居元之间相互作用模型

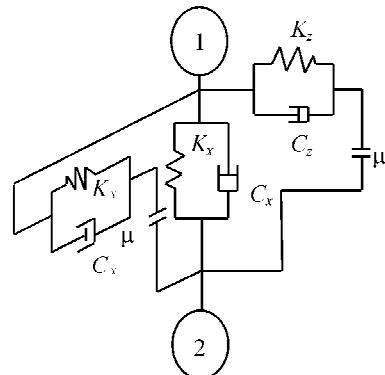


图2 三维接触模型

$$\dot{J}^i \dot{\theta} = \sum_{j=1}^{n_i} q^{ij} \times F^{ij} + K_s \quad (2)$$

式中,  $r^i, \theta^i$  分别为元  $i$  的位置和角矢量;  $F^{ij}$  是元受到其邻居元  $j$  的作用力;  $q^{ij}$  是该作用力到元  $i$  形心的力臂矢量;  $b^i, K_s^i$  分别为  $i$  元受到外场力和力矩, 如重力、电磁力等;  $n$  是该时间元  $i$  的邻居元总数;  $N$  是系统中总的元数。根据初边值条件求解上述  $2N$  个矢量常微分方程可得到系统的演变规律。

该方法建立在牛顿第二定律上,以每个刚体的运动方程为基础,对描述整个破坏过程的显式方程组通过动力松弛迭代求解。该数值方法不受连续介质力学3个支配方程的显式限制,且无网格,使用显式积分迭代算法,允许有大的位移、转动和使用各种非线性材料模型,接触摩擦中界面层发生显著的剪切变形,离散单元法允许单元间的相对运动,单元间不一定要满足位移连续和变形协调条件,它适合求解大位移和非线性的问题。颗粒流的这些优势使得在处理摩擦滑动中十分方便。

## 1.2 滑动摩擦数值模型的建立

本模型实际模拟滑块尺寸为  $600 \text{ mm} \times 600 \text{ mm} \times 200 \text{ mm}$ ,为消除边界尺寸效应,几何尺寸为  $3000 \text{ mm} \times 3000 \text{ mm} \times 300 \text{ mm}$ ,滑动摩擦系数计算模型如图3所示。选用三维球形颗粒,颗粒最小半径取  $0.6 \text{ mm}$ ,滑动平面采用较大粒径的颗粒连接来模拟,模拟开始时,首先颗粒在重力下循环计算到达内力基本平衡,滑块在自重下自由落体,逐渐与滑动平面接触,待两者达到接触稳定后,表面层颗粒通过“group”命令设为一个荷载施加层,对荷载层颗粒施加压力,经过一段时间接触后摩擦系数达到稳定状态。滑动接触模型如图4所示。

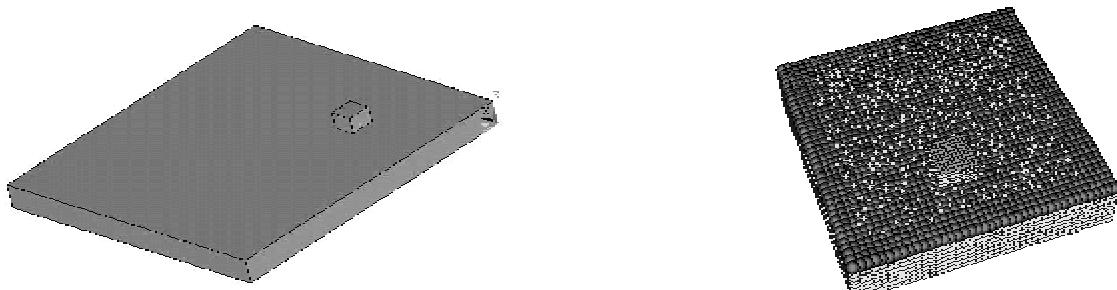


图3 滑动摩擦系数计算模型

图4 滑动摩擦的颗粒流模型

本模型模拟的滑块为钢材料,其力学参数如下表1和表2所示。

表1 摩擦模拟数值试件力学参数

编号	单轴抗压强度/MPa	抗拉强度/MPa	弹性模量/MPa	泊松比	密度/(g·cm <sup>-3</sup> )
1	226	204	187	0.2	7.8
2	273	219	192	0.2	7.8
3	318	287	208	0.2	7.8

表 2 不同滑动摩擦钢体材料的颗粒细观参数

编号	接触刚度/ (GN·m)	法向和切向 接触刚度比	法向连接 强度/MN	法向连接强度 偏移值/MN	切向连接 强度/MN	切向连接强 度偏移/MN
1	60	3.2	500	54	500	54
2	80	3.2	640	66	640	66
3	100	3.2	720	78	720	78

## 2 滑动摩擦系数的数值模拟结果与分析

为模拟真实的材料特性,钢材料在细观上是非均质的,PFC3D 中可以使颗粒间的连接强度非均匀化来模拟细观上的非均匀性,这里我们设置颗粒间的连接强度服从 Weibull 分布,同时设置平均连接强度与连接强度的偏移值。按照摩擦系数的定义,即剪应力与压应力的比值,在求解界面颗粒滑动应力时,通过在滑块下表面设置 6 个测量球,测量球内为一定区域的颗粒,通过“measure”命令得到动态应力分布,取平均值得到滑动摩擦系数曲线。以下模拟工况中,为给出说明则是参考工况,即压应力 100 MPa,滑动速度 0.5 m/s。

### 2.1 接触压力对滑动摩擦系数的影响

根据模拟结果,接触压力在 100 MPa、滑动速度 0.5 m/s、表面层采用高斯分布(最大粒径与最小比为 1.56)的表面滑动摩擦系数曲线如图 5 所示。

对数值模拟中设置的测量球正应力和剪应力数据,可以得到滑动摩擦系数的分布曲线,从图 5 可以看出,滑动摩擦系数在摩擦初始阶段时间震荡比较强烈,之后振幅逐渐减小,摩擦滑动系数逐渐趋于一稳定值。这一曲线可以这样理解:最开始阶段的摩擦系数在短时间剧烈震荡是边界条件造成的,为实现钢滑块与滑动面的接触,在二者之间设置了较小的间隙,由于颗粒单元的刚度较大(材料刚度大)造成开始阶段的接触反弹,反弹幅度逐渐减小至零;中间摩擦系数的震荡主要是高斯分布的表面形貌在滑动摩擦中出现磨损。

离散元软件模拟结果显示,接触压应力为 100 MPa、120 MPa、140 MPa、160 MPa、180 MPa 时,对应的滑动摩擦系数分别为 0.29、0.37、0.41、0.43、0.44。进一步分析发现:滑动摩擦系数与接触压力近似成指数分布,初始阶段近似线性关系,达到一定数值后呈现非线性关系,滑动系数增长减慢。实验研究表明<sup>[5]</sup>:磨损量与滑动距离成正比的结论基本适合于各种磨损条件,而磨损量与荷载的正比关系只适合于一定的荷载范围。例如钢对钢的摩擦时,当荷载超过硬度的 1/3 时,磨损量将随荷载以指数形式增加。磨损量与材料硬度成反比的关系已被许多实验所证实。

### 2.2 接触面形貌对摩擦系数的影响

表面粗糙峰尺寸、分布和形状分布十分复杂,目前尚无较好的方法对其描述,基于分形几何理论的表面分维数被实验证实是有效的,这里我们采用这个参数对三个高斯分布的摩擦表面进行摩擦前后的对比分析,分析了滑动摩擦系数与表面粗糙度之间的关系。

将摩擦表面简化为基于高斯分布的表面形貌,摩擦次表面层为满足一定间距的颗粒体(如图 6 所示),如前所述,采用的颗粒流理论中颗粒单元之间通过表 2 设定的连接等参数,这些连接保证了颗粒球体不会自由转动和滑移,组成类似于连续介质的组合体。表面接触颗粒单元在滑动中当摩擦应力大于设定的单元连接强度时,单元连接失效,磨屑产生,如图 7 所示。需要指出的是,磨损磨屑的几何形状十分复杂,包括球形、圆板、薄片形状等<sup>[1]</sup>,为简化处理采用球体,为体现磨屑的分布特征,在建立接触形貌时将粒径服从高斯分布生成。参考文献[6]中关于表面分形维数的计算方法,分别计算了三种表面维数与滑动摩擦系数稳定值之间的关系。

数值模拟结果显示,当表面分形维数分别为 2.3、2.6、2.8 时,对应的稳定滑动摩擦系数分别为 0.36、

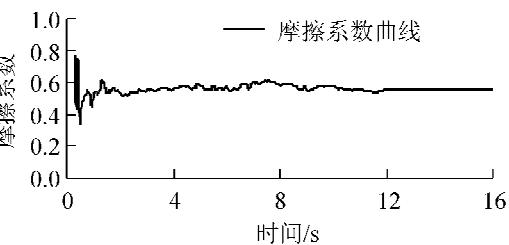


图 5 滑动摩擦系数随时间的分布曲线

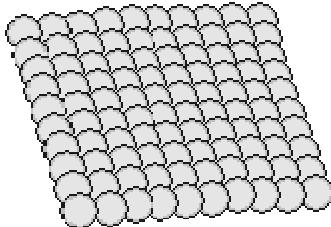


图6 高斯面下基体的颗粒排列

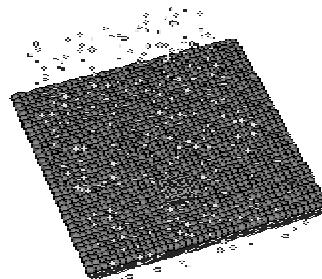


图7 摩擦中出现的球形磨屑

0.41、0.43。随着表面分形维数的增加,达到滑动稳定状态的摩擦系数逐渐增大,二者不是线性关系。在球体颗粒单元组成的表面摩擦中,摩擦在微观上意味着球体颗粒之间的相互超越,分形维数越大,表面颗粒排列越密集,使得颗粒体在滑动同样的微小距离时需要跨越的颗粒数目增多,接触总面积在颗粒单元相对运动方向的投影面积增大,使得颗粒单元运动阻力增大,宏观上表现为滑动摩擦系数的增大;由于表面摩擦在法向荷载作用下,粗糙峰彼此嵌入并产生很高的接触应力和塑性变形,使实际接触面积增加,随着接触时间延长,相当于增大了单位时间范围内的接触面积。

### 2.3 相对滑动速度对摩擦系数的影响

精细的实验研究证明<sup>[5]</sup>:干摩擦运动并非连续平稳的滑动,而是一物体相对另一物体断续的滑动,即跃动现象。当摩擦表面是弹性固定时,跃动现象尤其显著。依据摩擦学的原子振动模型<sup>[7]</sup>,摩擦中各种物理现象的本质是原子相互运动中产生的相互碰撞和跃迁。颗粒流理论的颗粒单元在本质上与原子振动模型是一致的,PFC3D的模拟结果表明,当加大滑动速度到5 m/s时,摩擦曲线如图8所示。当增大滑动速度时,初始阶段磨损将迅速增加(图8),接触表面的分形维数增大,摩擦系数在低速滑动情况下是增加的;当相对滑动速度逐渐提高到临界速度后,颗粒相互碰撞和跃迁加剧,使得表面接触颗粒的振动出现不稳定,造成实际单位时间相对运动方向上的接触面积减小,在相同的接触压力下,相对运动方向上接触面积的减小使得克服摩擦力产生滑动的力变小,即滑动摩擦系数出现下降。数值模拟结果显示,当相对滑动速度分别为0.5 m/s、2.0 m/s、20.0 m/s时,对应的稳定滑动摩擦系数分别为0.36、0.53、0.48。

图5和图8对比可以看出:滑动速度从0.5 m/s提高到5 m/s时,滑动摩擦系数总体增加;从曲线走势看,速度提高后摩擦系数处于小幅振荡中,与低速时达到平稳的数值有差别。

## 3 结语

用离散单元法模拟分析滑动摩擦,分析了滑动摩擦中接触压力、滑动速度以及表面粗糙度对滑动摩擦系数的影响,对模拟结果结合已有的理论与实验资料进行了分析。进一步研究可以在以下几个方面进行完善:研究生成非高斯平面以模拟更贴近实际接触表面的粗糙度;实现单元中摩擦热应力与接触机械应力耦合作用以考虑在摩擦中温升对表面层的显著影响;在研究内容上,要深入研究表面层的受力状况以符合实际,考虑摩擦界面上的刚度比对摩擦系数的影响。

## 参 考 文 献

- [1]葛世荣,朱华.摩擦学的分形[M].北京:机械工业出版社,2005.
- [2]葛毅成,易茂中,涂欣达,等.不同载荷下C/C复合材料往返式滑动摩擦行为[J].中南大学学报,2000,41(1):115-117.
- [3]Nicos Makris,Constantinou M C. Analysis of motion resisted by friction II. Velocity-dependent friction[J]. MECH. STRUCT. & MACH.,1991,19(4):501-526.

(下转第52页)

## Finite Element Simulations of Cyclic Loading Response of Precast Segmental Columns

Zhang Botao

(School of Civil Engineering, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China)

**Abstract:** This paper focuses on precast segmental unbonded posttensioned bridge columns with general transverse reinforcement. 3D finite element models are conducted to investigate the cyclic loading response behavior and force-displacement curves of this type columns. In order to improve the hysteretic performance of the precast segmental columns, the models are been modified. Longitudinal mild steel reinforcement crossing the column segment joints is added as an energy dissipation device to enhance the hysteretic energy dissipation capacity of the columns. The improved models show better hysteretic energy dissipation capacity, and less residual displacement.

**Key words:** 3D finite element model; unbonded posttension; general transverse reinforcement; precast segmental columns; energy dissipation device

(上接第 47 页)

- [4] 张雄, 王天舒. 计算动力学 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2007.
- [5] 温诗铸. 摩擦学原理 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1990.
- [6] 周宏伟, Lwas MA. 粗糙表面分维计算的立方体覆盖法 [J]. 摩擦学学报, 2000, 20(6): 456-458.
- [7] 温诗铸. 纳米摩擦学 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1998.

## Numerical Simulation and Analysis of Discrete Element Method in Sliding Friction

Gao Xiukun<sup>1</sup>, Li Xingzhao<sup>2</sup>

(1. Department of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China;

2. Department of Civil Engineering and Architecture, Henan University of Technology, Zhengzhou 450052, China)

**Abstract:** A simple outline of the present sliding friction is made, and the discrete method is introduced into the study to discuss the relation of sliding friction coefficient and some important factors, such as contact pressure, surface roughness and relative sliding velocity. Finally the results of numerical simulation are compared with the classical friction theory, and also some suggestions are proposed on further relative studies.

**Key words:** discrete method; friction coefficient; relative sliding velocity; contact pressure