

一种新型道路缓和曲线的线形分析与评价

李木松, 李向国, 商 敏

(石家庄铁道大学 土木工程学院, 河北 石家庄 050043)

摘要:缓和曲线作为一种空间过渡曲线,其设计的合理与否直接关系到车辆行驶的平稳性和旅客舒适性。介绍了利用缓和曲线边界条件确定其代数方程式的一种通用方法:根据边界条件列出曲率待定方程,并利用曲率边界条件确定出缓和曲线曲率方程,然后对曲率方程二次积分得到缓和曲线的方程。此方法适用于推导缓和曲线方程,可为公路缓和曲线线形设计提供参考。采用此方法设计出了一种连接直线与直线的新型缓和曲线,并建立5种不同工况,以横向加速度及其时变率为评价指标,对新型缓和曲线和回旋线进行了行驶动力学性能评价,通过比较分析得出这种新型缓和曲线在行驶动力学性能上明显优于回旋线,为高速公路缓和曲线的线形选择提供参考。

关键词:道路工程;新型缓和曲线;边界条件;横向加速度时变率;横向加速度;行驶动力学

中图分类号:U416.12 **文献标识码:**A **文章编号:**2095-0373(2010)03-0014-05

缓和曲线是在两段曲率不一样的曲线间插入的一段曲率渐变的连接曲线,主要连接直线与圆曲线、直线与直线、圆曲线与圆曲线^[1-3],是道路平面线形要素之一^[1]。随着公路事业以及汽车工业的发展,汽车在公路上的行驶速度也在不断提高,同时随着公路等级的提高,对线形的要求也越来越高^[4]。为了保证汽车行驶的安全性、舒适性,如何根据需要来设计出合理的缓和曲线,并从平、纵、横三方面来评价线形已势在必行^[5]。针对连接直线与圆曲线的缓和曲线的设计方法比较多,且设计出的很多缓和曲线大部分应用于铁路^[3,6,9]。目前道路采用的缓和曲线为回旋线,但其在行驶动力学性能上对满足汽车行驶的平稳性和旅客舒适性上显得性能较差,因此利用缓和曲线边界条件设计出一种新型缓和曲线,只需确定出曲率边界条件个数,代入曲率方程通式即可求得曲率方程,再对其二次积分即可得到缓和曲线方程。通过建立5种不同工况,从平、纵、横三方面考虑,采用车体未被平衡横向加速度及其时变率为评价指标,对新型缓和曲线和回旋线进行了行驶动力学性能评价,通过比较分析得出这种新型缓和曲线在行驶动力学性能上明显优于回旋线,为高速公路缓和曲线的线形选择提供参考。

1 缓和曲线方程式推导过程

1.1 缓和曲线曲率方程通式

根据缓和曲线曲率边界条件,列出缓和曲线曲率的微分方程式。

(1)边界条件为 $k_0^{(i)} = k_{l_0}^{(i)} = 0, (i = 0, 1, 2, \dots, n)$ 。构造相应的曲率微分方程($N = 2n + 2$)

$$k^{(N)} = f(l, k, k', \dots, k^{(N-1)}) \quad (1)$$

(2)边界条件为 $k_0^{(i)} = k_{l_0}^{(i)} = 0, (i = 0, 1, 2, \dots, n_1); k_{l_m}^{(j)} = \begin{cases} 1/R & j = 0 \\ 0 & j > 0 \end{cases}, (j = 0, 1, 2, \dots, n_2), l_m$ 为缓和曲线曲率最大值对应点M到曲线起点的距离; $k_x^{(i)}$ 为曲线上到起点距离为x处的曲率i阶导数值;l为曲线上某点到缓和曲线起点的曲线距离。构造相应的曲率微分方程($N = 2n_1 + n_2 + 3$)

收稿日期:2009-11-23

作者简介:李木松 男 1983年出生 硕士研究生

基金项目:国家自然科学基金项目(50878134);河北省自然科学基金项目(E2006000394)

$$k^{(N)} = f(l, k, k', \dots, k^{(N-1)}) \quad (2)$$

式(1)和式(2)为常系数或变系数齐次或非齐次线性微分方程,求出其通解,即缓和曲线曲率方程通式为

$$k = a_1 + a_2 l + a_3 l^2 + a_4 l^3 + \dots + a_N l^{N-1} \quad (3)$$

式中, $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_N$ 为待定系数, N 等于缓和曲线曲率边界条件个数。

1.2 缓和曲线方程式推导步骤

首先,根据缓和曲线曲率边界条件个数即 N , 列出曲率待定方程。

然后,将缓和曲线曲率边界条件代入(3)式, N 个曲率边界条件可列出 N 个方程可解出待定系数,从而确定出曲率方程。

最后,对曲率方程进行两次积分,并根据其它边界条件确定积分常数,从而得到缓和曲线代数方程。

1.3 新型缓和曲线方程式推导过程

连接直线与直线的缓和曲线满足的边界条件: ZH 点(起点 $l = 0$)处, $y = 0, \varphi = 0, k = 0, k' = 0$; HZ 点(终点 $l = l_0$)处, $k = 0, k' = 0$; 在 $l = l_m$ 处曲率为最大值 $k_{l_m} = 1/R$ 。推导其方程的过程如下:

首先,曲率边界条件有五个($N = 5$), 即

$$k_0 = k_{l_0} = 0, k_{l_m} = 1/R, k_0' = k_{l_0}' = 0 \quad (4)$$

则根据(2)式缓和曲线曲率微分方程可写为 $k^{(5)} = 0$, 其通解形如(3)式, 即

$$k = a_1 + a_2 l + a_3 l^2 + a_4 l^3 + a_5 l^4 \quad (5)$$

然后,将曲率边界条件式(4)代入曲率方程式(5), 并令 $l_m = 0.5 l_0$ (l_0 为缓和曲线长度), 可解得待定系数 $a_1 = 0, a_2 = 0, a_3 = 16/l_0^2 R, a_4 = -32/l_0^3 R, a_5 = 16/l_0^4 R$; 则曲率方程为

$$k = 16l^2/l_0^2 R - 32l^3/l_0^3 R + 16l^4/l_0^4 R \quad (6)$$

最后,对曲率方程(6)式进行一次积分得缓和曲线偏角方程

$$\varphi = 16l^3/3l_0^2 R - 8l^4/l_0^3 R + 16l^5/5l_0^4 R + C_1 \quad (7)$$

式中,积分常数 C_1 由边界条件起点处偏角 $\varphi = 0$ 可确定出 $C_1 = 0$ 。再对缓和曲线偏角(7)式进行一次积分,得

$$y = 4l^4/3l_0^2 R - 8l^5/5l_0^3 R + 8l^6/15l_0^4 R + C_2 \quad (8)$$

式中,积分常数 C_2 由边界条件起点处纵坐标 $y = 0$ 可确定出 $C_2 = 0$, 从而得到缓和曲线方程为

$$y = 4l^4/3l_0^2 R - 8l^5/5l_0^3 R + 8l^6/15l_0^4 R \quad (9)$$

2 新型缓和曲线性能评价

2.1 未被平衡车体横向加速度

未被平衡横向加速度影响汽车行驶的舒适、平稳和安全。汽车在曲线上行驶,产生的横向加速度与汽车速度的平方成正比,其计算公式^[4]

$$a_n = b(kv^2 - gh/b) / \sqrt{h^2 + b^2} \quad (10)$$

式中, a_n 为汽车未被平衡的横向加速度(m/s^2); b 为曲线上某路面宽度(m); v 为汽车行驶速度(m/s); h 为曲线上某处相对旋转轴抬高值(m); k 为曲线上某点曲率值(m^{-1}); g 为重力加速度(取 $9.81 m/s^2$)。

2.2 未被平衡车体横向加速度时变率

汽车行驶在曲线上,其横向加速度将随着时间的变化而变化,而且这种变化是平、纵、横三方面综合作用的结果。这种横向加速度的变化率如果过快或者不连续,必将使旅客有不舒适的感觉^[1]。

由于横向加速度时变率能将曲率、超高、纵坡有机结合起来考虑,并且横向加速度时变率直接影响到行驶舒适性^[4]。因此横向加速度时变率不仅可作为评价路线线形指标,也可作为评价舒适性量化指标^[4]。考虑平、纵、横三方面关系的车体横向加速度时变率计算公式为^[4,10]

$$f = \frac{bv}{\sqrt{h^2 + b^2}} (3ka_t + v^2 \frac{dk}{dl} - \frac{kv^2 h + gb}{b^2 + h^2} \frac{dh}{dl}) \quad (11)$$

式中, f 为横向加速度时变率(m/s^3); a_t 为汽车行驶的纵向(切向)加速度(m/s^2); l 为曲线上某点到缓和

曲线起点的曲线距离(m)。

2.3 缓和曲线曲线特征要素

新型缓和曲线曲率 $k = 16l^2/l_0^2R - 32l^3/l_0^3R + 16l^4/l_0^4R$; 超高 $h = (16l^2/l_0^2 - 32l^3/l_0^3 + 16l^4/l_0^4)bi_{\max}$, 回旋线^[1]的曲率 $k = l/l_0R$; 超高 $h = lbi_{\max}/l_0$ 。其中, R 为圆曲线半径, $i_{\max}$ 为最大超高横向坡度角。

2.4 计算参数

线路为平坡, 曲线上某路面宽度(采用单车道宽度) $b = 3.75$ m; 曲线半径 $R = 1\,000$ m, 最大超高横坡度 $i_{\max} = 8\%$, 汽车最大行驶速度 $v_{\max} = 120$ km/h; 对于回旋线: 缓和曲线长 $l_0 = 100$ m, 圆曲线长 $L_0 = 100$ m; 对于新型缓和曲线: 缓和曲线长为 $l_0 + L_0 + l_0 = 300$ m; 从平、纵、横三方面考虑, 建立 5 种不同工况进行计算, 其中横向加速度只计算工况 1 的情况。

2.5 计算结果

2.5.1 整个曲线上恒速行驶(工况 1)

假定汽车在整个曲线上以速度 120 km/h 恒速行驶, 此时 $a_t = 0$, 将计算参数分别代入式(10)和式(11), 可得汽车曲线通过时的车体横向加速度及其时变率, 分别如图 1、图 2 所示。

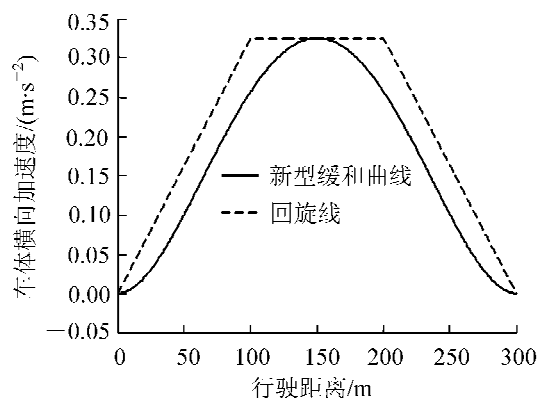


图 1 车体横向加速度(工况 1)

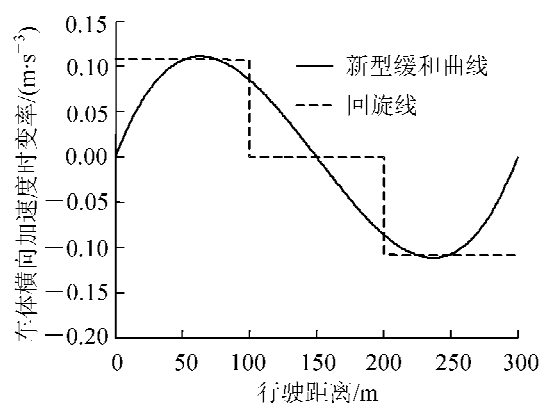


图 2 车体横向加速度时变率(工况 1)

2.5.2 整个曲线上纵向加速度恒定(工况 2 与工况 3)

假定汽车在整个曲线上 $a_t = \text{constant}$, 从直缓点汽车以速度 v_0 开始均匀加速到缓直点速度 v_e , 则

$$a_t = \frac{v_e^2 - v_0^2}{2(2l_0 + L_0)}; v = \sqrt{v_0^2 + 2a_t l} \quad (12)$$

当 $v_0 < v_e$ 时, 为均匀加速(工况 2), 取 $v_0 = 60$ km/h, $v_e = 120$ km/h; 当 $v_0 > v_e$ 时, 为均匀减速(工况 3), 取 $v_0 = 120$ km/h, $v_e = 60$ km/h。将计算参数代入式(11), 可得两种工况汽车曲线通过时的车体横向加速度时变率, 分别如图 3、图 4 所示。

2.5.3 曲线前半程加(减)速后半程减(加)速(工况 4 与工况 5)

假定汽车从直缓点速度 v_0 开始加(减)速到曲中点(整个曲线中点)速度 v_c , 再从曲中点减(加)速缓直点速度 v_e , 则

$$a_{t,1} = \frac{v_c^2 - v_0^2}{2(l_0 + L_0/2)}; v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2a_{t,1}l} \quad (13)$$

$$a_{t,2} = \frac{v_e^2 - v_c^2}{2(l_0 + L_0/2)}; v_2 = \sqrt{v_c^2 + 2a_{t,2}(l - l_0 - L_0/2)} \quad (14)$$

式中, $a_{t,1}$ 、 $a_{t,2}$ 分别为曲线前半程的纵向加速度; v_1 、 v_2 分别为曲线前半程汽车行驶速度。当 $v_0 < v_c > v_e$ 时, 曲线前半程加速后半程减速(工况 4), 取 $v_0 = 60$ km/h, $v_c = 120$ km/h, $v_e = 60$ km/h; 当 $v_0 > v_c < v_e$ 时, 曲线前半程减速后半程加速(工况 5), 取 $v_0 = 120$ km/h, $v_c = 60$ km/h, $v_e = 120$ km/h。将计算参数代入式(11), 可得两种工况汽车曲线通过时的车体横向加速度时变率, 分别如图 5、图 6 所示。

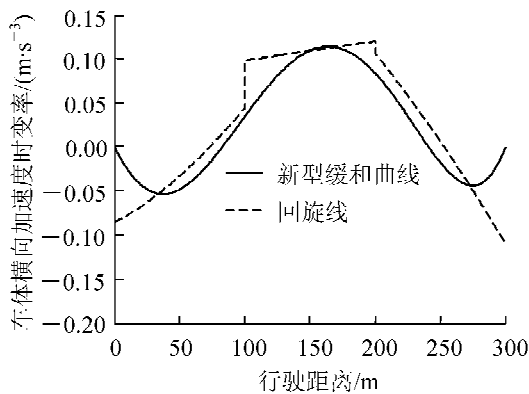


图3 车体横向加速度时变率(工况2)

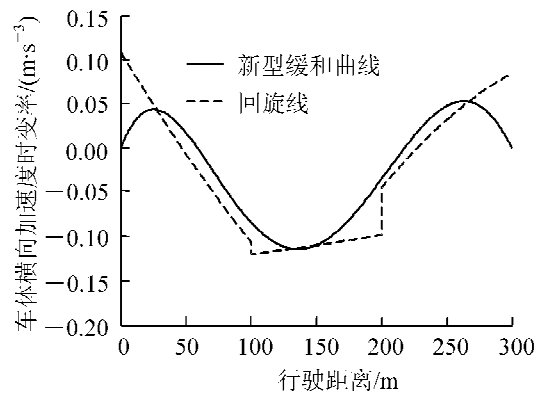


图4 车体横向加速度时变率(工况3)

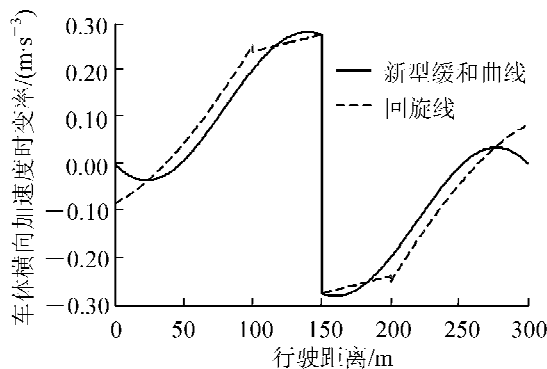


图5 车体横向加速度时变率(工况4)

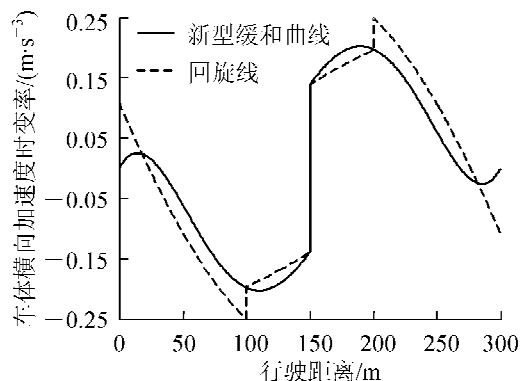


图6 车体横向加速度时变率(工况5)

2.6 结果对比分析

(1)从图1看出,当汽车在整个曲线上以120 km/h 恒速行驶时,两种线型的车体横向加速度最大值相等,并均出现在中点,对于回旋线其横向加速度在整个圆曲线段一直保持着最大值,旅客在整个圆曲线区段要一直承受最大的横向加速度,这会降低舒适性;而且在整个缓和曲线区段内,新型缓和曲线横向加速度均小于回旋线的;就横向加速度而言,新缓和曲线较回旋线对提高舒适性和平稳性有较大改善。

(2)对于车体横向加速度时变率,当汽车在整个曲线上以速度120 km/h 恒速行驶时,从图1中理论分析结果可以看出,回旋线在曲线上的4个连接点(直缓点、缓圆点、圆缓点、缓直点)处车体横向加速度时变率均有突变,而新型缓和曲线没有突变,且二者的横向加速度时变率最大值几乎相同(相差 $0.0006 \text{ m} \cdot \text{s}^{-3}$ 仅为最大值(较小者)的0.55%)。其突变值和最大值如表1所示。

表1 车体横向加速度时变率理论分析突变值和最大值对比

工况	线型	突变值						最大值 (绝对值)
		直缓点	缓圆点	曲中点	圆缓点	缓直点	总和	
工况1	新型缓和曲线线	0	0	0	0	0	0	0.111 4
工况1	回旋线	0.108 8	-0.107 7	0	-0.107 7	0.108 8	0.433 0	0.108 8
工况2	新型缓和曲线线	0	0	0	0	0	0	0.113 9
工况2	回旋线	-0.084 5	0.053 5	0	-0.013 9	0.108 8	0.206 7	0.119 9
工况3	新型缓和曲线线	0	0	0	0	0	0	0.113 9
工况3	回旋线	0.108 8	-0.013 9	0	0.053 5	-0.084 5	0.206 7	0.119 9
工况4	新型缓和曲线线	0	0	-0.553 8	0	0	0.553 8	0.282 9
工况4	回旋线	-0.084 5	-0.013 9	-0.553 8	-0.013 9	-0.084 5	0.750 6	0.276 9
工况5	新型缓和曲线线	0	0	0.138 4	0	0	0.276 8	0.202 2
工况5	回旋线	0.108 8	0.048 1	0.138 4	0.048 1	0.108 8	0.452 2	0.249 3

(3)值得注意的是,从图2~图6中可以看出,在5种工况下,回旋线在4个连接点处均有突变,而新型缓和曲线仅在工况4和5下的曲中点处有突变,为了更好地定量说明问题,将车体横向加速度时变率理

论分析突变值和最大值汇总如表 1 所示(表中“总和”为取绝对值相加);在 5 种工况下,回旋线的横向加速度时变率几乎一直都大于新型缓和曲线,意味着在 5 种工况下,新型缓和曲线相对于回旋线对旅客的舒适性和汽车行驶的平稳性的改善,是在整个曲线段内。

3 结论

(1)通过设计出新型缓和曲线,详细说明了通用方法的应用,说明了该方法正确,简单,适合用于推导缓和曲线代数方程的通用方法,为设计合理的缓和曲线线型提供了一种方便的新方法。

(2)采用此方法设计的新型缓和曲线,在 5 种工况下,从平、纵、横三方面考虑,就行驶动力学特性方面进行评价。与目前道路上使用的回旋线相比,这种新型缓和曲线能较大限度地改善旅客舒适性和汽车行驶的平稳性。并将传统的由缓和曲线-圆曲线-缓和曲线的组合型曲线来完成的线路转向任务,转换成了仅由单一的一条缓和曲线来完成。这种新型缓和曲线较回旋线在对线形维持方面具有较大优势,可作为道路工程缓和曲线线形选择提供参考。在此只是从理论上进行研究,没有考虑到道路不平顺、汽车性能等动力因素的影响,有必要通过车辆-道路耦合动力学对其进行动力仿真,以进一步研究这种新型缓和曲线在接近实际情况下的动力性能,以及其对旅客舒适性和汽车曲线通过稳定性的改善程度。

参 考 文 献

- [1] 尤晓晖,张青喜. 公路工程[M]. 北京:清华大学出版社,2008.
- [2] 吴耀庭. 铁路曲线及其养护[M]. 北京:中国铁道出版社,2007.
- [3] 杨少伟,许金良,杨宏志. 考虑平、纵、横三方面关系的横向加速度变化率[J]. 中国公路学报, 1999, 12(4): 12-16.
- [4] 张景涛,杨少伟,潘兵宏,等. 基于可能速度的公路线形评价标准[J]. 长安大学学报:自然科学版, 2008, 28(2): 40-43.
- [5] 姜平,曾庆元. 利用缓和曲线的曲率确定其方程式的通用方法[J]. 铁道学报, 2003, 25(3): 104-106.
- [6] BAYKAL O, TARI E, COSKUN Z, et al. A new transition curve joining two straight lines[J]. Journal of Transportation Engineering, 1997, 123(5): 337-345.
- [7] TARI E, BAYKAL O. An alternative curve in the use of high speed transportation systems[J]. ARI(An International Journal for Physical and Engineering Sciences), 1998(51): 126-135.
- [8] TARI E, BAYKAL O. A new transition curve with enhanced properties[J]. Canadian Journal of Civil Engineering, 2005(32): 913-923.
- [9] BAYKAL O. Concept of lateral change of acceleration[J]. Journal of Surveying Engineering (ASCE), 1996, 122(3): 132-141.

Analysis and Evaluation of a New Road Transition Curve

Li Musong, Li Xiangguo, Shang Min

(School of Civil Engineering, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China)

Abstract: Whether the type of transition curve is set up rationally or not affects directly the car running stability and comfort of passengers. A general and new method for determining its algebraic equations by the aid of boundary conditions of transition curve is presented; firstly, according to the given boundary conditions of transition curve the equation of curvature with unknown coefficients is formulated, the unknown coefficients in the curvature equation are determined by the boundary conditions of curvature, and the curvature equation is obtained. Then the equation of transition curve in Cartesian coordinates can be obtained by double integration of curvature equation. It is a general method that can be applied for determination of algebraic equations and type of highway transition curve. Using this method, a new transition curve (NTC) connecting line to line is obtained. Lateral acceleration (LA) and lateral change of acceleration (LCA) are taken into account to compare the vehicle movement dynamics of NTC and spiral curve in five-different motion models. Examination for LA and LCA shows that NTC is superior to spiral curve in vehicle movement dynamics. It offers a new choice for the type of highway transition curve.

Key words: road engineering; new transition curve; boundary conditions; lateral change of acceleration; lateral acceleration; vehicle movement dynamics