

汽车转向系统操纵性与稳定性协同最优控制研究

贾长旺, 路永婕, 杨绍普, 李振宇

(石家庄铁道大学 机械工程学院, 河北 石家庄 050043)

摘要:运用汽车二自由度模型对车辆进行主动前轮转角控制, 针对车辆稳定性设计了 LQR 控制器, 采用 Carsim 与 Simulink 联合仿真, 在双移线工况下验证了控制器的可行性。通过大量仿真与系统分析, 得到 LQR 参数与车辆稳定性的定性关系。在这一研究的基础上, 设计了同时考虑车辆稳定性与操纵灵活性的协同控制器, 采用同样的仿真方法, 验证了协同控制器的优越性。结果表明, LQR 控制可以提高车辆的稳定性; LQR 控制器参数与车辆稳定性存在一定的相关性; 协同控制器在 LQR 控制器的基础上可以起到折衷车辆稳定性与操纵灵活性的作用, 为车辆控制器的设计提供了参考。

关键词:转向系统; LQR 控制; 协同控制

中图分类号: U463.4 **文献标志码:** A **文章编号:** 2095-0373(2020)01-0059-09

近年来, 汽车转向方面的研究成为了汽车研究的热点, 其中主动前轮转向技术基于其自身优势而备受国内外学者关注。主动前轮转向(active front wheel steering, AFS)技术, 通过附加前轮转角, 可以起到稳定车辆和减少驾驶员疲劳的双重作用^[1-2]。要设计主动前轮转向控制器, 就要考虑车辆的实际情况, 因此国外的很多学者针对模型参数的时变和不确定性对车辆模型和控制系统进行了改进和优化^[3-6]。国内学者在这方面也展开了不断的研究并取得一定成果^[7-8]。

应用于汽车转向系统的控制方法有很多, 其中, 线性二次型最优控制(LQR 控制)成本廉价、方法简单、易于实现, 被广泛地应用于汽车转向控制中^[9-11]。而对于 LQR 控制器设计过程中参数的选取, 大多情况下都采用经验试凑的方法; 并且在这种反馈控制下, 车辆的稳定安全性与操纵灵活性是相互矛盾的, 在增加一方面的性能时, 另一方面的性能就会降低, 两者不能同时满足^[12]。现设计了 LQR 转向控制器并验证其优越性; 同时在大量仿真和系统分析的基础上, 得出了 LQR 控制器参数对转向系统的影响规律; 最后, 设计了同时考虑转向系统操纵性与稳定性的协同控制器。

1 车辆转向系统二自由度模型

选取被广泛应用又简单可行的车辆二自由度模型, 如图 1 所示。汽车二自由度运动微分方程为

$$\begin{cases} (k_f + k_r)\beta + \frac{1}{u}(ak_f - bk_r)\omega_r - k_f\delta = m(\dot{v} + u\omega_r) \\ (ak_f - bk_r)\beta + \frac{1}{u}(a^2k_f - b^2k_r)\omega_r - ak_f\delta = I_z\dot{\omega}_r \end{cases} \quad (1)$$

式中, k_f 为前轮侧偏刚度; k_r 为后轮侧偏刚度, 轮胎侧

向力计算采用线性模型, 假设轮胎力在线性区内; a 为前轴到车辆质心的距离; b 为后轴到车辆质心的距离; β 为质心侧偏角; ω_r 为横摆角速度; u 为纵向速度; v 为横向速度; δ 为前轮转角; I_z 为车辆绕 z 轴转动惯量^[13]。

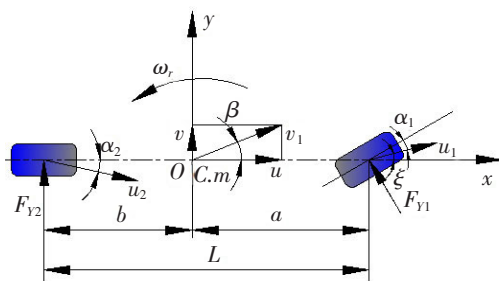


图 1 汽车二自由度模型

收稿日期: 2018-06-28 责任编辑: 车轩玉 DOI: 10.13319/j.cnki.sjztdxxxbzrb.20180628002

作者简介: 贾长旺(1991—), 男, 硕士研究生, 研究方向为转向系统; 制动系统。E-mail: 1976558077@qq.com

贾长旺, 路永婕, 杨绍普, 李振宇. 汽车转向系统操纵性与稳定性协同最优控制研究[J]. 石家庄铁道大学学报: 自然科学版, 2020, 33(1): 59-67.

由稳态横摆角速度增益可以得到理想横摆角速度公式

$$\omega_d = \frac{u\delta}{L(1+Mu^2)} \quad (2)$$

式中, L 为前后轴距; M 为稳定性因数, 其表达式为

$$M = \frac{m}{L^2} \left(\frac{a}{k_2} - \frac{b}{k_1} \right) \quad (3)$$

2 前轮主动转向 LQR 控制研究

LQR 控制的对象是现代控制理论中以状态空间形式给出的线性系统, 而目标函数为对象状态和控制输入的二次型函数。LQR 最优控制是指设计出的状态反馈控制器 K 要使二次型目标函数 J 取最小值, 而 K 由权矩阵 Q 与 R 唯一决定, 具体如下所述。

2.1 汽车二自由度转向系统状态空间方程

选取质心侧偏角与横摆角速度作为状态变量, 由式(1)中给出的运动微分方程得到转向系统状态空间方程^[14]

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad (4)$$

式中, $x = \begin{bmatrix} \beta \\ \omega_r \end{bmatrix}$; $u = \delta$; $A = \begin{bmatrix} -\frac{k_1+k_2}{mv} & -\frac{ak_1-bk_2}{mv^2}-1 \\ -\frac{ak_1-bk_2}{I} & -\frac{a^2k_1-b^2k_2}{Iv} \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} \frac{k_1}{mv} \\ \frac{ak_1}{I} \end{bmatrix}$; y 为系统输出。

2.2 LQR 转向控制器设计与仿真

LQR 转向控制器的设计目的是使车辆状态能够跟随理想转向模型, 从而保证车辆的稳定性, 即状态变量质心侧偏角与横摆角速度能够跟随理想质心侧偏角和理想横摆角速度。控制系统流程如图 2 所示。

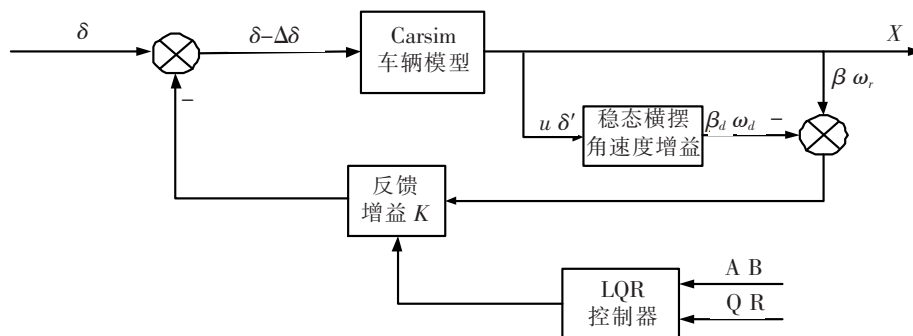


图 2 转向系统 LQR 控制结构图

如图 2 所示, LQR 控制器需要空间状态变量 A 、 B 和所选取的参数 Q 、 R 计算出最优反馈增益矩阵 K , 由状态量偏差与最优反馈增益 K 的乘积算得附加前轮转角。

LQR 算法的目标函数取为

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [(X - X_d)^T Q (X - X_d) + U^T R U] dt \quad (5)$$

式中, $X = \begin{bmatrix} \beta \\ \omega_r \end{bmatrix}$, β 为质心侧偏角, ω_r 为横摆角速度。取 $\beta_d = 0$, ω_d 由式(2)、式(3)得到。 $Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 \\ 0 & q_2 \end{bmatrix}$, $R = r$, 为 LQR 控制器中的权重系数, 一般通过经验试凑获取。

根据极值原理, 可以求出任意时刻的最优附加转向角 $\Delta\delta(t)$ 为

$$\Delta\delta(t) = -R^{-1} B^T P [X(t) - X_d(t)] = -K [X(t) - X_d(t)] \quad (6)$$

式中, K 为系统最优反馈增益矩阵。

$$PA + A^T P - (PB + N)R^{-1}(B^T P + N^T) + Q = 0 \quad (7)$$

式(7)为黎卡提方程, P 为常值正定矩阵, 是式(7)的解。更直接的方法, 可以通过调用 Matlab 中的 `lqr` 函数, 求解系统最优反馈增益矩阵。

2.3 LQR 仿真及结果

车辆模型选用 Carsim 中一款高性能车型, 该车型具有良好的操纵性、平顺性和舒适性, 可以避免仿真受到其他因素的干扰, 车辆的具体参数如表 1 所示, 车辆模型的软件界面如图 3 所示。

表 1 车辆参数表

项	汽车质量	横摆转动惯量	轴距	转向传动比	质心到前轴	质心到后轴	前轮侧偏刚度	后轮侧偏刚度
	m/kg	$I_z/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	L/m	(方向盘·前轮)	距离 a/m	距离 b/m	$k_1/(\text{N} \cdot \text{rad}^{-1})$	$k_2/(\text{N} \cdot \text{rad}^{-1})$
数值	1 830	3 234	3.05	18	1.4	1.65	28 648	28 648

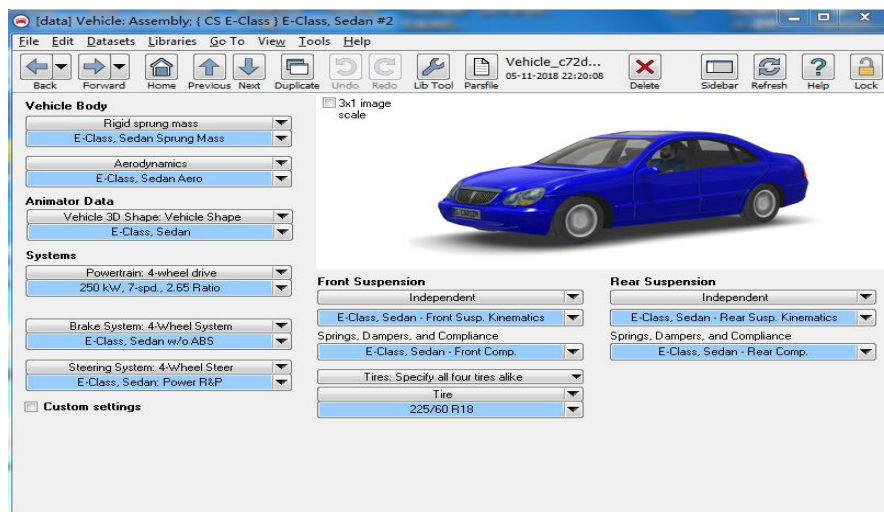


图 3 车辆模型界面

在仿真验证之前, 有必要对车辆的性能进行研究, 选取双移线工况与 72 km/h 的中高车速, 车辆不施加控制, 采用 Simulink 与 Carsim 联合仿真进行研究。

仿真结果显示, 车辆本身的性能已经很优越, 所以可以满足中高速时的车辆稳定性要求。如图 4, 车速为 72 km/h 时, 在转向过程中车辆的实际横摆角速度可以很好地跟踪理想横摆角速度。如图 5, 转向过程中, 车辆的质心侧偏角始终没有超过 1° , 说明车辆的稳定性很好。图 6 为转向过程中驾驶员模型的方向盘转角输入。如图 7, 车辆可以很好地跟踪理想路径。基于上述结果, 为了验证所设计 LQR 控制器的可行性, 对车辆极限速度下的转向性能进行研究。采用 Simulink 与 Carsim 联合仿真来验证 LQR 算法的可行性, 选取双移线工况, 车速 120 km/h。

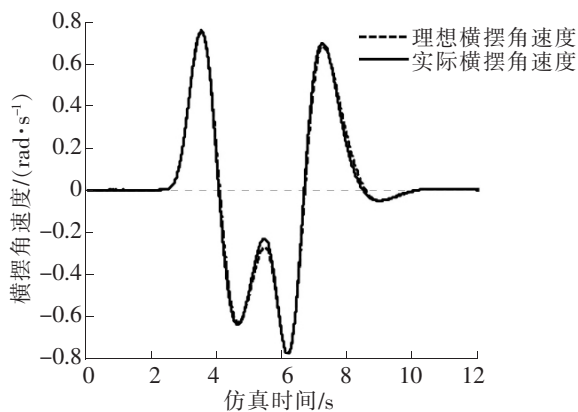


图 4 横摆角速度仿真结果

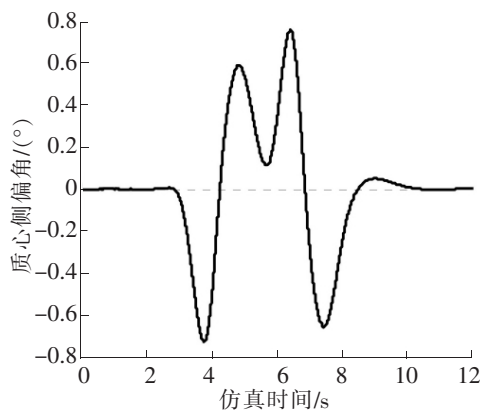


图 5 质心侧偏角仿真结果

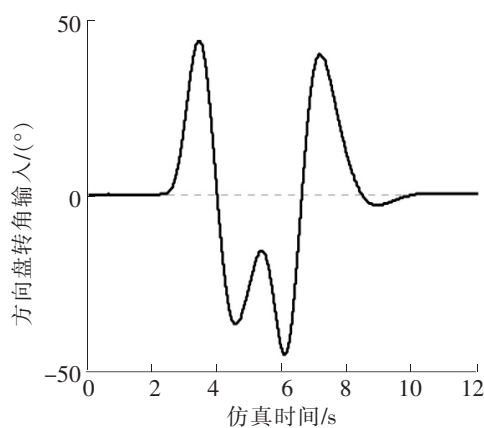


图 6 方向盘转角

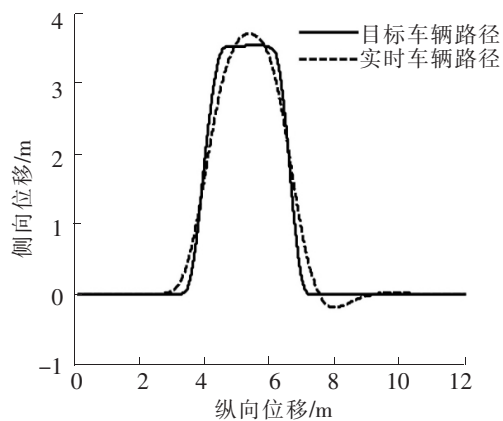


图 7 车辆轨迹

LQR 算法联合仿真程序如图 8 所示。

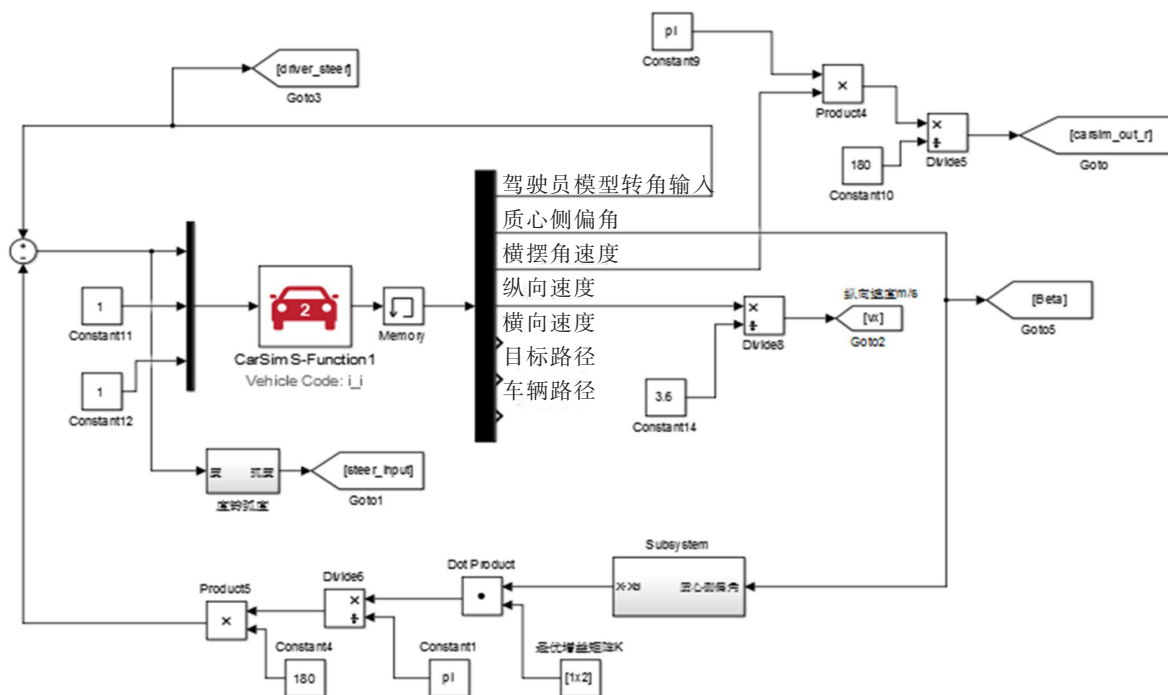


图 8 LQR 控制联合仿真

仿真结果如图 9~图 12 所示。如图 9 所示, LQR 控制相比于无控制的车辆, 质心侧偏角均方根值减小了 0.70° , 峰值减小了 2.11° ; 如图 10 所示, LQR 控制相比于无控制的车辆, 横摆角速度均方根值减小了 0.05 rad/s , 峰值减小了 0.139 rad/s , 如表 2 所示, 转向过程中 LQR 控制相比于无控制的车辆, $|\omega_r - \omega_d|_{\max}$ 减小了 0.06 rad/s , 结合图 10, 说明 LQR 控制跟踪理想横摆角速度的能力更强, 但横摆角速度稳定所用时间增加了大概 $8 \sim 9 \text{ s}$, 出现了滞后性; 图 11 为 LQR 控制和无控制车辆转向过程中的方向盘转角输入, 可以看出, LQR 控制的方向盘转角要明显小于无控制车辆, 减小的这部分方向盘转角用于维持车辆稳定性; 如图 12 所示, LQR 控制的车辆运动轨迹偏离了目标轨迹, 移线完成后, LQR 控制偏离目标轨迹的距离增加了约 0.7 m , 移线完成后调整所用时间增加了 9 s 。

图 9、图 10、图 11、图 12 和表 2 说明 LQR 控制可以提高车辆的稳定性, 但同时其操纵灵活性出现一定程度的降低, 响应出现了滞后性。因此, 这种附加转向角的反馈控制实际上是以牺牲车辆操纵灵活性为代价来提高车辆稳定性, 在紧急避障、紧急转向等情况下, 这种控制模式有可能会给车辆带来一定的危险。

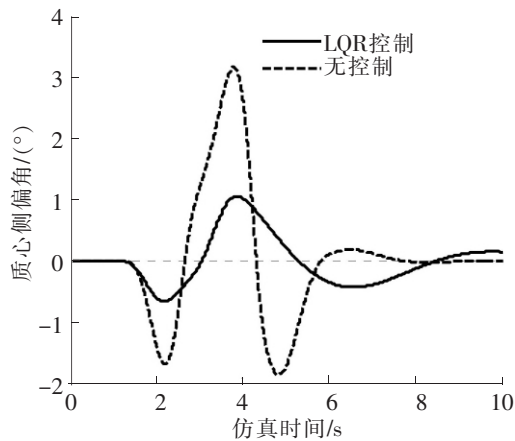


图 9 质心侧偏角对比图

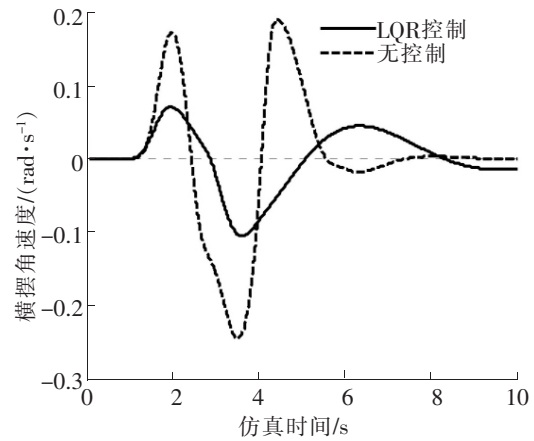


图 10 横摆角速度对比图

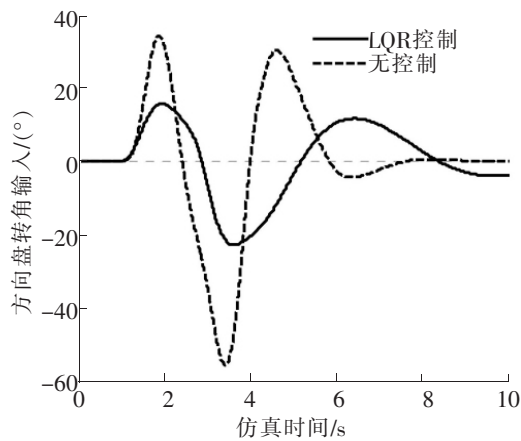


图 11 方向盘转角变化

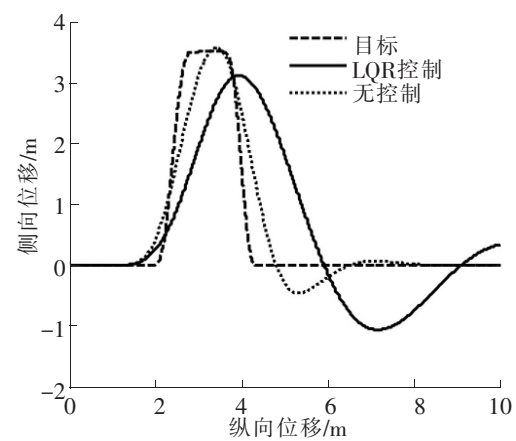


图 12 车辆路径对比图

表 2 横摆角速度对比表值

类别	$ \omega_r - \omega_d _{\max} / (\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$	ω_r 稳定所用时间/s
无控制	0.08	6.6
LQR 控制	0.02	15.0

2.4 LQR 参数对转向系统的影响研究

LQR 控制是由状态变量 β 和 ω_r 求得最优增益矩阵,从而对系统施以附加转向角。最优增益矩阵的值由参数 Q 和 R 唯一确定,它们之间的确定关系需要通过求解黎卡提方程得到,而黎卡提方程的求解又不容易做到。同时最优增益矩阵对转向系统的具体影响,需要通过分析系统特征得到,也很难做到。但对于具体的转向系统却可以分析出它们之间的定性关系。为方便分析,选取质心侧偏角作为衡量系统稳定性的标准,采用控制变量法,通过系统仿真得到各参数 k_1 、 k_2 还有 $|\beta|_{\max}$ 的关系,研究思路如图 13 所示。仿真结果整理为表 3、表 4、表 5。

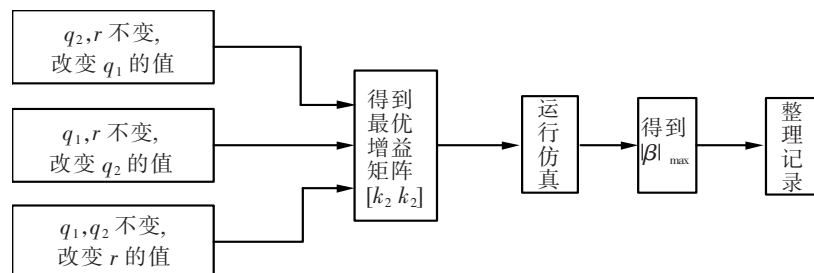


图 13 LQR 参数与转向系统关系研究思路

表 3 q_1 与 $|\beta|_{\max}$ 的关系 ($q_2=1, R=1$)

q_2	k_1	k_2	$ \beta _{\max}$
1	-0.073 5	0.870 3	2.98
3	-0.409 3	0.926 5	2.16
5	-0.695 3	0.974 1	1.70
7	-0.948 9	1.016 1	1.42
9	-1.179 1	1.054 2	1.24
11	-1.391 4	1.089 1	1.10
13	-1.589 5	1.121 7	1.00
15	-1.775 8	1.152 2	0.92
≥ 16	系统开始发散		

表 4 q_2 与 $|\beta|_{\max}$ 的关系 ($q_1=1, R=1$)

q_1	k_1	k_2	$ \beta _{\max}$
1	-0.073 5	0.870 3	2.98
2	-0.013 9	1.270 3	3.14
3	0.016 4	1.582 9	3.23
4	0.035 6	1.847 8	3.28
5	0.049 2	2.081 8	3.33
6	0.059 5	2.293 8	3.36
7	0.067 6	2.488 9	3.39
8	0.074 2	2.670 8	3.4

表 3 中, $q_2 \geq 3$ 时, 附加转向角的最终结果变成正值。表 5 中, $R > 3$ 时, 附加转向角的最终结果变成正值。不妨设 $|\beta|_{\max} = f(q_1, q_2, R) = g(k_1, k_2)$, 由表 3、表 4、表 5 可以看出, $|\beta|_{\max}$ 与 q_1, q_2, R 的关系是单调的, 即在收敛范围内 $|\beta|_{\max}$ 随 q_1 的增大而减小, 随 q_2, R 的增大而增大, 也可以说, $|\beta|_{\max}$ 与 q_1 呈负相关性, 与 q_2, R 呈正相关性, 且由转向系统特点知 $|\beta|_{\max}$ 与 q_1, q_2, R 的函数关系是连续的, 不存在突变点或无穷突变点。最优增益矩阵 $K = [k_1, k_2]$, k_1, k_2 与 q_1, q_2, R 的函数关系也应该是连续的, 因此, $|\beta|_{\max}$ 与 k_1, k_2 的关系也应该是单调的, 其相关性可以通过上面的方法单独对 k_1, k_2 控制变量得到, 这里不再过多叙述。

表 5 R 与 $|\beta|_{\max}$ 的关系 ($q_1=1, q_2=1$)

R	k_1	k_2	$ \beta _{\max}$
1	-0.073 5	0.870 3	2.98
2	-0.022 9	0.574 5	3.13
3	-0.004 7	0.444 8	3.17
4	0.004 2	0.368 3	3.19
5	0.009 1	0.316 6	3.20
6	0.012 0	0.279 0	3.20
7	0.013 7	0.250 1	3.21
8	0.014 8	0.227 0	3.21

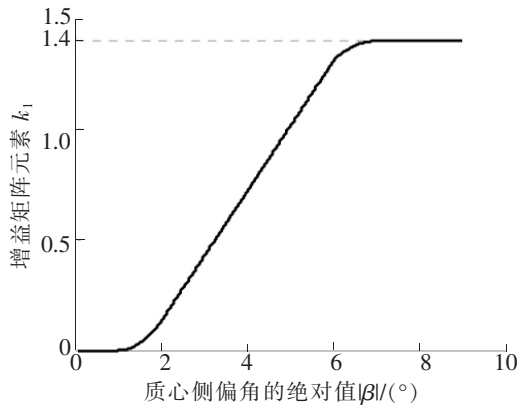
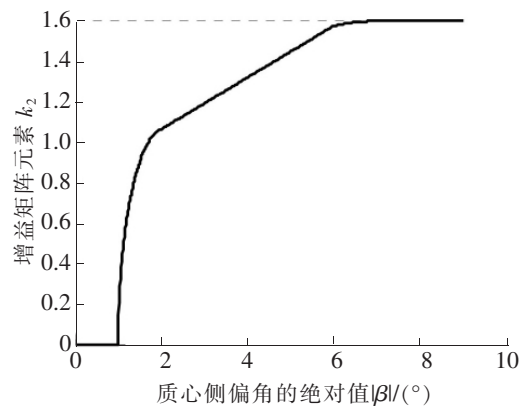
3 变增益 LQR 协同控制器设计与仿真

3.1 变增益 LQR 协同控制器设计

由 2.3 分析知: 基于车辆稳定性的附加转向角反馈控制, 实际上就是给方向盘附加一个负的转向角, 这种控制方法在提高车辆稳定性的同时, 降低了车辆的操纵灵活性, 因此, 如果改变车辆转向过程中附加转向角的附加程度, 就能在稳定性与操纵性之间起到折衷的效果。即在车辆失稳不严重时, 可以考虑提高车辆的操纵灵活性, 附加小程度的前轮转角; 车辆失稳严重时, 着重考虑车辆的稳定性, 附加大程度的前轮转角。

选取 $|\beta|_{\max}$ 作为车辆稳定性的判断标准。根据文献[13], 车辆侧向加速度不超过 $0.4g$ 时, 轮胎处于线性范围内, 车辆不容易失稳, 通过仿真分析得到侧向加速度为 $0.4g$ 时对应的车辆质心侧偏角 β 在 1° 左右, 所以将 $\beta = 1^\circ$ 作为车辆失稳的界限, 由 2.4 中 $|\beta|_{\max}$ 与各参数的关系制造 k_1, k_2 与转向过程中 β 的函数关系, 来对车辆实施不同程度的控制, 从而平衡车辆的稳定性与操纵灵活性的关系。函数关系如图 14 和图 15 所示。

由图 14、图 15 和公式(8)和公式(9)可知, 这一函数关系由分段函数构成, 两端的函数为平行于横轴的线段或在横轴上的线段, 中间的一段函数是一条斜线段, 在斜线段和两端的平线段之间是一段过度的圆弧, 要适当地调整圆弧, 使圆弧两端的切线与斜线段和平线段之间的夹角尽量小, 这样可以缓解函数切换时引起的系统不稳定。

图 14 k_1 与 β 函数关系图图 15 k_2 与 β 函数关系图

具体函数关系如下

$$k_1 = \begin{cases} 0 & 0 \leq |\beta| < 1 \\ \frac{211}{45} - \sqrt{\left(\frac{211}{45}\right)^2 - (|\beta| - 1)^2}, & 1 \leq |\beta| < 2 \\ 0.294|\beta| - 0.454, & 2 \leq |\beta| < 6 \\ \sqrt{5.659^2 - (|\beta| - 7)^2} - 4.259, & 6 \leq |\beta| < 7 \\ 1.4 & |\beta| \geq 7 \end{cases} \quad (8)$$

$$k_2 = \begin{cases} 0, & 0 \leq |\beta| < 1 \\ \sqrt{1.065^2 - (|\beta| - 2.065)^2}, & 1 \leq |\beta| < 2 \\ 0.128|\beta| + 0.807, & 2 \leq |\beta| < 6 \\ \sqrt{20.1^2 - (|\beta| - 7)^2} - 18.5, & 6 \leq |\beta| < 7 \\ 1.6 & |\beta| \geq 7 \end{cases} \quad (9)$$

由式(8)、式(9)可以得到最优增益矩阵的计算公式为

$$K = [-k_1, k_2] \quad (10)$$

协同控制器流程如图 16 所示。

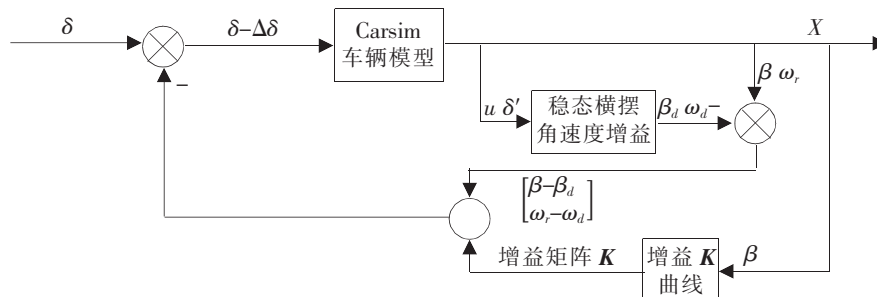


图 16 变增益控制器流程图

3.2 变增益 LQR 协同控制器仿真

采用 Carsim 与 Simulink 联合仿真,选用双移线工况,车速 120 km/h。仿真结果如图 17~图 20 和表 6 所示。

如图 17 所示,当 2 种控制的质心侧偏角大小相差不多时,协同控制的质心侧偏角要比 LQR 控制提前 0.2 s 稳定;如图 18 和表 6 所示,当 2 种控制的横摆角速度情况相差不多时,其跟踪理想横摆角速度的能力也相差不多,但协同控制的横摆角速度要比 LQR 控制提前 0.5 s 稳定;图 19 为 2 种控制的方向盘转

角输入,可以看出,协同控制比 LQR 控制的方向盘转角要大很多,并且在时间 $t=4\text{ s}$ 左右,协同控制的方向盘转角出现波动,这是函数切换造成的;如图 20 所示,移线完成后,协同控制的车辆偏离目标轨迹 0.3 m ,LQR 控制的车辆偏离目标轨迹 0.7 m ,协同控制稳定所用时间比 LQR 控制减少 0.3 s ,说明协同控制的车辆操纵灵活性要好一些。

由此可以看出,协同控制可以在 LQR 控制的基础上增强车辆的操纵灵活性,从而达到折衷车辆稳定性与操纵灵活性的效果。

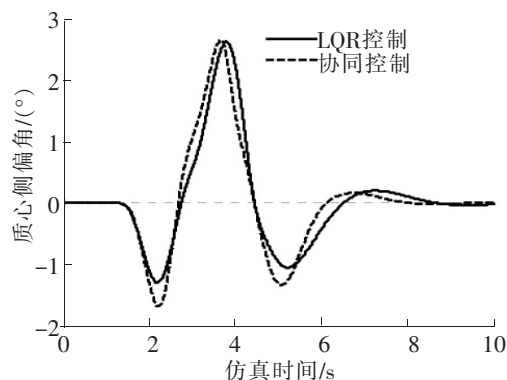


图 17 质心侧偏角对比图

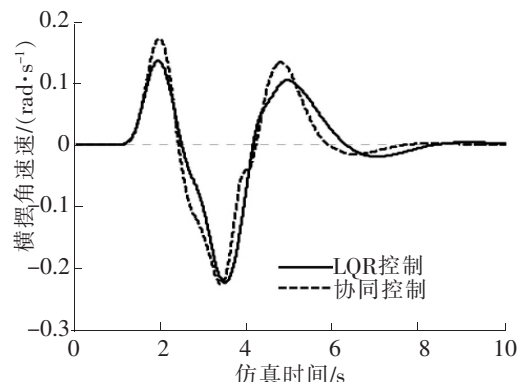


图 18 横摆角速度对比图

表 6 横摆角速度对比表

	$ \omega_r - \omega_d _{\max}/(\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$	ω_r 稳定所用时间/s
LQR 控制	0.06	7.2
协同控制	0.05	6.7

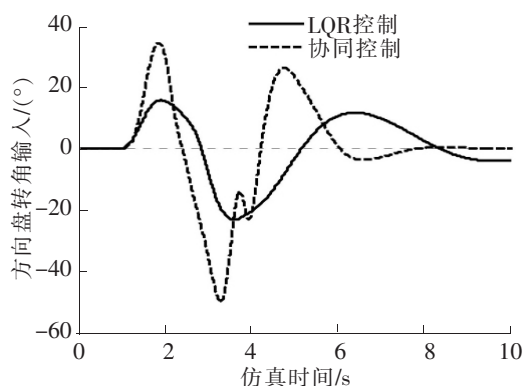


图 19 方向盘转角变化

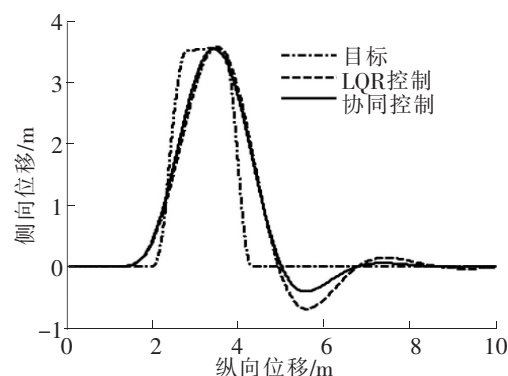


图 20 车辆路径对比图

4 结论

基于车辆稳定性和操纵灵活性,采用附加前轮转向角的方法设计了转向控制器,并采用 Carsim 与 Simulink 联合仿真,选择双移线工况,验证了控制器的可行性,得到主要结论如下:

- (1) 针对车辆稳定性,设计了 LQR 转向控制器,通过仿真证明,该控制器可以提高车辆的稳定性。
- (2) 通过对 LQR 参数的研究,得到其参数对转向系统的影响规律,即 LQR 的参数与车辆的稳定性呈一定的相关性。
- (3) 基于 LQR 控制器参数对转向系统的影响研究,设计了同时考虑车辆稳定性与操纵灵活性的变增益协同控制器,仿真证明,协同控制器可以在车辆稳定性与操纵灵活性之间起到折衷的作用。

参 考 文 献

- [1]罗才伟. EPS 与 AFS 集成转向系统研究[D]. 重庆:重庆大学,2016.
- [2]桑楠,魏民祥. 车辆主动前轮转向与直接横摆力矩自适应控制[J]. 交通运输工程学报,2016,16(3):91-99.
- [3]Yang W, Feng P, Zhang J. A comprehensive active-steering control method for improvement of vehicle handling performance[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers,2018,232(3):413-425.
- [4]Nam K, Oh S, Fujimoto H, et al. Robust yaw stability control for electric vehicles based on active front steering control through a steer-by-wire system[J]. International Journal of Automotive Technology, 2012, 13(7):1169-1176.
- [5]Du H, Zhang N. Robust yaw moment control for vehicle handling and stability[J]. SAE International Journal of Passenger Cars-Mechanical Systems,2009,2(1):772-779.
- [6]Zhang H, Wang J. Active Steering Actuator Fault Detection for An Automatically-steered Electric Ground Vehicle[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2017, 99:1.
- [7]田晨. 基于卡尔曼滤波的 AFS 和 DYC 协调控制[D]. 长沙:湖南大学,2017.
- [8]王金湘,代蒙蒙,陈南. 考虑参数不确定性的汽车前轮主动转向输出反馈鲁棒控制[J]. 东南大学学报:自然科学版, 2016,46(3):476-482.
- [9]李辰暘,罗文广. 四轮转向汽车最优转向控制研究[J]. 计算技术与自动化,2013,32(4):20-22.
- [10]张庭芳,张超敏,何新毅,曲志林. 基于线控变传动比的四轮转向汽车最优控制[J]. 机械设计与制造,2018(1): 133-136.
- [11]高琳琳. 四轮独立驱动独立转向电动汽车控制与协调方法研究[D]. 长春:吉林大学,2017.
- [12]皮大伟,陈南,张丙军. 基于主动制动的车辆稳定性系统最优控制策略[J]. 农业机械学报,2009,40(11):1-6,12.
- [13]余志生. 汽车理论[M]. 5 版. 北京:机械工业出版社,2009.
- [14]李果. 汽车转向/制动系统协同控制理论与应用[M]. 北京:国防工业出版社,2014.

Study on Cooperative Optimal Control of Manipulability and Stability of Vehicle Steering System

Jia Changwang, Lu Yongjie, Yang Shaopu, Li Zhenyu

(Department of Mechanical Engineering, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China)

Abstract: Two-degree-of-freedom vehicle model was used for the design of active front wheel angle control. LQR controller was designed based on vehicle stability. The feasibility of the controller was verified by simulating in Carsim and Simulink for dualline condition. The qualitative relationship between LQR parameters and vehicle stability were obtained through a lot of simulation and systematic analysis. A collaborative controller that considered both vehicle stability and steering flexibility was designed based on this research. The superiority of the cooperative controller was verified by using the same simulation. The results showed that LQR control can improve vehicle stability. What's more, there is some correlation between LQR controller parameters and vehicle stability. The cooperative controller plays a role in compromising vehicle stability and maneuvering flexibility based on the LQR controller. All the studys provide a reference for the design of the vehicle controller.

Key words: steering system; LQR control; collaborative control